Series :

A

3322

MATHEMATICS

प्रश्न–पुस्तिका क्रम संख्या Question Booklet No.
2063585

A

अनुक्रमांक
Roll No.

परीक्षार्थी अपना अनुक्रमांक दिए गए खानों में लिखें।
Candidate should write his/her Roll No. in the given boxes.

मुद्रित पृष्ठों की संख्या/No. of Printed Pages : 48 कुल प्रश्नों की संख्या/Total No. of Questions : 150

समय/Time : 3 घण्टे/Hours पूर्णांक/Total Marks : 600

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश

1. परीक्षा प्रारम्भ होने के तुरन्त बाद, आप इस प्रश्न–पुस्तिका की पड़ताल अवश्य कर लें, कि इसमें कोई बिना छपा, फटा या छूटा हुआ पृष्ठ अथवा प्रश्नांश, आदि न हो। यदि ऐसा है, तो वीक्षक से तत्काल संपर्क कर प्रश्न–पुस्तिका बदल लेवें।
2. इस प्रश्न पुस्तिका में **गणित** से संबंधित कुल 150 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न हिन्दी तथा अंग्रेज़ी भाषा में हैं। **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।
3. प्रदत्त उत्तर-पत्र (ओ.एम.आर. शीट) पर दिए गए निर्देशों को ध्यानपूर्वक पढ़ें तथा अपने उत्तर तदनुसार अंकित करें।
4. कृपया उत्तर-पत्र (ओ.एम.आर. शीट) पर निर्धारित स्थानों पर आवश्यक प्रविष्टियाँ करें, अन्यत्र स्थानों पर नहीं।
5. परीक्षार्थी सभी रफ़ कार्य प्रश्न–पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर निर्धारित स्थान पर ही करें, अन्यत्र कहीं नहीं तथा उत्तर-पत्र (ओ.एम.आर. शीट) पर भी नहीं।
6. यदि किसी प्रश्न में किसी प्रकार की कोई मुद्रण या तथ्यात्मक प्रकार की त्रुटि हो, तो प्रश्न के हिन्दी तथा अंग्रेज़ी रूपांतरों में से हिन्दी रूपांतर को मानक माना जाएगा।

INSTRUCTIONS TO THE CANDIDATES

1. Immediately after the commencement of the examination, you should check that this Question Booklet does not have any unprinted or torn or missing pages or items etc. If so, immediately contact the Invigilator and get it replaced with another Question Booklet.
2. This Question Booklet contains Total 150 questions of concerned **Mathematics** subject. All questions are in Hindi and English languages. **All** questions are compulsory.
3. Read carefully the instructions given on the Answer Sheet (OMR) supplied and indicate your answers accordingly.
4. Kindly make necessary entries on the Answer Sheet (OMR) at the places indicated and nowhere else.
5. Examinee should do all rough work on the space meant for rough work on pages given at the end of the Question Booklet and nowhere else, not even on the Answer Sheet (OMR).
6. If there is any sort of mistake either of printing or of factual nature in any question, then out of the Hindi and English versions of the question, the Hindi version will be treated as standard.

SEAL

द्वितीय प्रश्न–पत्र
गणित

1. $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q)$ तुल्य है
   (A) $p \vee (r \rightarrow q)$
   (B) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
   (C) $(p \vee r) \rightarrow q$
   (D) $p \vee (r \rightarrow p)$

2. कथन $p \wedge \sim p$ है
   (A) व्याघात
   (B) पुनरुक्ति
   (C) (A) तथा (B) दोनों
   (D) इनमें से कोई नहीं

3. वह प्रतिबन्ध जब समीकरण $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ के दो मूल α, β इस प्रकार हों कि $\alpha + \beta = 0$ है
   (A) $pq - r = 0$
   (B) $p = q$
   (C) $q = r$
   (D) $pq + r = 0$

4. $\cosh 3x$ का मान है
   (A) $4\cosh x - 3\cosh^3 x$
   (B) $4\cosh^3 x - 3\cosh x$
   (C) $4\cosh x + 3\cosh^3 x$
   (D) $4\cosh^3 x + 3\cosh x$

5. यदि समीकरण $x^3 - 3Ax + B = 0$ के मूल x_1, x_2, x_3 हों, तो $\Sigma(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)$ का मान है
   (A) 6A
   (B) 9A
   (C) –6A
   (D) –9A

6. सभी चरों का उनके समान्तर माध्य से विचलनों का बीजीय योग होता है
   (A) 0
   (B) 1
   (C) 2
   (D) ∞

7. 12 वीं कक्षा से यादृच्छिक रूप से 10 छात्रों का एक समूह लिया गया और उन्हें तीन सप्ताह के लिए योग प्रशिक्षण दिया गया । उनकी कल्याण जीवन शैली की तुलना इसी तरह चयनित एक अन्य समूह से की गई, जिसने इस तरह का प्रशिक्षण नहीं लिया था । शून्य परिकल्पना की विश्वसनीयता के परीक्षण के लिये किस प्रकार का सांख्यिकीय परीक्षण उपयुक्त होगा ?
   (A) आश्रित t–टेस्ट
   (B) विलकॉक्सन t–टेस्ट
   (C) स्वतन्त्र t–परीक्षण
   (D) साइन परीक्षण

8. आकार 6 और 9 के डेटा सेट में मानक विचलन क्रमश: 3 और 4 हैं और समांतर माध्य 4 और 4 है । आकार 15 के संयुक्त डेटा सेट का मानक विचलन है
   (A) $\sqrt{70}/5$
   (B) $\sqrt{72}/5$
   (C) $\sqrt{68}/5$
   (D) $\sqrt{66}/5$

PAPER – II
MATHEMATICS

1. $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q)$ is equivalent to
   (A) $p \vee (r \rightarrow q)$
   (B) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
   (C) $(p \vee r) \rightarrow q$
   (D) $p \vee (r \rightarrow p)$

2. The statement $p \wedge \sim p$ is
   (A) Contradiction
   (B) Tautology
   (C) Both (A) and (B)
   (D) None of these

3. The condition when two roots α, β of the equation $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ are such that $\alpha + \beta = 0$, is given by
   (A) $pq - r = 0$
   (B) $p = q$
   (C) $q = r$
   (D) $pq + r = 0$

4. The value of cosh3x is given by
   (A) $4\cosh x - 3\cosh^3 x$
   (B) $4\cosh^3 x - 3\cosh x$
   (C) $4\cosh x + 3\cosh^3 x$
   (D) $4\cosh^3 x + 3\cosh x$

5. If x_1, x_2, x_3 are the roots of an equation $x^3 - 3Ax + B = 0$, then the value of $\Sigma(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)$ is given by
   (A) 6A
   (B) 9A
   (C) –6A
   (D) –9A

6. The algebraic sum of deviations from arithmetic mean of all variables is
   (A) 0
   (B) 1
   (C) 2
   (D) ∞

7. A group of 10 students were randomly drawn from class 12 and was given yoga training for three weeks. Their wellness life style was compared with another similarly selected group which did not undergo such training. Which type of statistical test will be appropriate for testing the tenability of null hypothesis ?
   (A) Dependent t-test
   (B) Wilcoxon t-test
   (C) Independent t-test
   (D) Sign test

8. The data sets of sizes 6 and 9 have standard deviations 3 and 4 respectively and arithmetic means 4 and 4 respectively. The standard deviation of the combined data set of size 15 is
   (A) $\sqrt{70}/5$
   (B) $\sqrt{72}/5$
   (C) $\sqrt{68}/5$
   (D) $\sqrt{66}/5$

9. एक शिक्षक-शोधकर्ता ने व्यग्रता और जागरूकता के स्तर के लिए 3×3 की आकस्मिक तालिका के प्रपत्र में शिक्षकों और प्रधानाध्यापकों के लिए उपयोग की जाने वाली प्रश्नावली से डेटा प्राप्त किया है । कौन-सा सांख्यिकीय परीक्षण यह बताएगा कि दोनों चर एक दूसरे पर निर्भर हैं ?
(A) विलकॉक्सन साइंड रैंक परीक्षण
(B) काई-वर्ग परीक्षण
(C) सहसंबंध की स्पीयरमैन की रैंक अंतरविधि
(D) ईटा (η) गुणांक

10. आमतौर पर स्टूडेंट t-टेस्ट प्रयोग किया जाता है
(A) कई समूहों के माध्य की तुलना करना
(B) किसी समय शृंखला की स्थिरता का परीक्षण करने में
(C) दो समूहों के माध्य की तुलना करने में
(D) किसी मॉडल कि फिटनैस परीक्षण की अच्छाई का परीक्षण करने में

11. माना $f_n(x) = \frac{\sin nx}{\sqrt{n}}$, (x वास्तविक, $n = 1, 2, 3, ...$), तथा $f(x) = \lim_{n\to\infty} f_n(x) = 0$, तब (उस प्रकरण में जबकि $\{f'_n\}$, f' को अभिसारी नहीं होता), $f'(x)$ तथा $f'_n(x)$ होंगे
(A) 0 तथा $\sqrt{n}\ \cos nx$
(B) 0 तथा 1
(C) 0 तथा $\frac{1}{\sqrt{n}}\ \cos nx$
(D) $\sqrt{n}\ \cos nx$ तथा $\frac{1}{\sqrt{n}}\ \cos nx$

12. माना $f \in \mathbb{R}(\alpha), [a, b]$ पर $m \le f \le M$, ϕ सतत है $[m, M]$ पर तथा $h(x) = \phi(f(x))$ $[a, b]$ पर तब
(A) $h \in \mathbb{R}(\alpha)$ (a, b) पर
(B) $h \in \mathbb{R}(\alpha)$ $[a, b]$ पर
(C) $f(x) = h(x) = \phi(x)$
(D) $h \notin \mathbb{R}(\alpha)$ $[a, b]$ पर

13. माना A गणनीय समुच्चय तथा B_n सभी n-टपल का समुच्चय $(a_1, a_2, ... a_n)$ जहाँ $a_k \in A$ $(k = 1, 2, ... n)$ तथा अवयव $a_1, a_2, ... a_n$ का पृथक होना आवश्यक नहीं है । तब B_n होगा
(A) अपरिबद्ध
(B) परिबद्ध
(C) अगणनीय
(D) गणनीय

14. अनुक्रम $\{p_n\}$ का उपअनुक्रम सीमा मेट्रिक समष्टि X में एक _____ बनाती है ।
(A) X में विवृत उपसमुच्चय
(B) X में संवृत उपसमुच्चय
(C) परिबद्ध अनुक्रम
(D) एक समान अभिसारी अनुक्रम

15. यदि कॉम्पेक्ट (सुगठित) समुच्चय X में K_n एक अनुक्रम है, जबकि ऐसा है $K_n \supset K_{n+1}$ $(n = 1, 2, 3, ...)$ तथा यदि $\lim_{n\to\infty} \text{diam}\, K_n = 0$ तब $\bigcap_1^\infty K_n$ ठीक ठीक रखता है
(A) n बिंदु
(B) एक बिंदु
(C) n से अधिक बिंदु
(D) कोई बिंदु नहीं

16. यदि $\vec{a}$ एक अचर सदिश है तथा $\vec{r} = 2x^2\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, तो $\nabla \cdot (\vec{r} \times \vec{a}) =$
(A) 2
(B) $2x^2 + y + z$
(C) 0
(D) $\sqrt{4x^4 + y^2 + z^2}$

9. A teacher-researcher has obtained data from a questionnaire used for teachers and head teachers in the form of contingency table of 3×3 for anxiety and awareness levels. Which statistical test will indicate whether the two variables are interdependent ?
(A) Wilcoxon signed rank test
(B) Chi-square test
(C) Spearman's Rank difference method of correlation
(D) Eta (η) co-efficient

10. The Student's t-test is typically used
(A) in comparing multiple groups to see if their means differ
(B) in testing the stationarity of a time series
(C) in comparing two groups to see if their mean differ
(D) in testing the goodness of fit of a model

11. Let $f_n(x) = \frac{\sin nx}{\sqrt{n}}$, (x real, $n = 1, 2, 3, ...$) and $f(x) = \lim_{n\to\infty} f_n(x) = 0$, then (for the case, when $\{f_n'\}$ does not converge to f'), $f'(x)$ and $f_n'(x)$ shall be
(A) 0 and $\sqrt{n}$ cosnx
(B) 0 and 1
(C) 0 and $\frac{1}{\sqrt{n}}$ cosnx
(D) $\sqrt{n}$ cosnx and $\frac{1}{\sqrt{n}}$ cosnx

12. Suppose $f \in \mathbb{R}(\alpha)$ on $[a, b]$, $m \le f \le M$, ϕ is continuous on $[m, M]$ and $h(x) = \phi(f(x))$ on $[a, b]$. Then
(A) $h \in \mathbb{R}(\alpha)$ on (a, b)
(B) $h \in \mathbb{R}(\alpha)$ on $[a, b]$
(C) $f(x) = h(x) = \phi(x)$
(D) $h \notin \mathbb{R}(\alpha)$ on $[a, b]$

13. Let A be a countable set, and let B_n be the set of all n-tuples $(a_1, a_2, ... a_n)$ where $a_k \in A$ $(k = 1, 2, ... n)$ and the elements $a_1, a_2, ... a_n$ need not be distinct. Then B_n is
(A) Unbounded
(B) Bounded
(C) Uncountable
(D) Countable

14. The subsequential limits of a sequence $\{p_n\}$ in a metric space X form a/an
(A) Open subset of X
(B) Closed subset of X
(C) Bounded sequence
(D) Uniformly convergent sequence

15. If K_n is a sequence of compact sets in X, such that $K_n \supset K_{n+1}$ $(n = 1, 2, 3, ...)$ and if $\lim_{n\to\infty} \text{diam } K_n = 0$, then $\bigcap_1^\infty K_n$ consists of exactly
(A) n points
(B) one point
(C) more than n points
(D) not any point

16. If $\vec{a}$ is a constant vector and $\vec{r} = 2x^2\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, then $\nabla \cdot (\vec{r} \times \vec{a}) =$
(A) 2
(B) $2x^2 + y + z$
(C) 0
(D) $\sqrt{4x^4 + y^2 + z^2}$

17. यदि $|\vec{r}| = r$, जहाँ $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, तो $\nabla\left(\frac{1}{r}\right) =$

(A) $-\frac{\vec{r}}{r^3}$

(B) $-\frac{\vec{r}}{r^2}$

(C) $\frac{\vec{r}}{r^3}$

(D) $\frac{\vec{r}}{r^2}$

18. निम्न में से कौन-सा विकल्प सही है ?

(A) $\nabla(\vec{a}\cdot\vec{b}) = (\vec{b}\cdot\nabla)\vec{a} + (\vec{a}\cdot\nabla)\vec{b} - \vec{b}\times(\nabla\times\vec{a}) - \vec{a}\times(\nabla\times\vec{b})$

(B) $\nabla\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) = \vec{b}\cdot(\nabla\times\vec{a}) + \vec{a}\cdot(\nabla\times\vec{b})$

(C) $\nabla\times(u\vec{a}) = (\nabla u)\times\vec{a} - u(\nabla\times\vec{a})$

(D) $\nabla\times(\vec{a}\times\vec{b}) = (\vec{b}\cdot\nabla)\vec{a} - \vec{b}(\nabla\cdot\vec{a}) - (\vec{a}\cdot\nabla)\vec{b} + \vec{a}(\nabla\cdot\vec{b})$

19. यदि C प्रथम चतुर्थांश में रेखाएँ $x = 1$ व $y = 2$ से निर्मित एक वर्ग है, तो समाकलन $\oint_C (xydy - y^2dx) =$

(A) 6

(B) 3

(C) $\frac{3}{2}$

(D) 2

20. यदि $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ तथा पृष्ठ S से परिबद्ध आयतन V है, तो $\iint_S \vec{r}\cdot\hat{n}\,dS$ का मान क्या होगा, जहाँ S एक संवृत्त पृष्ठ है ?

(A) $\frac{V}{2}$

(B) 2V

(C) 3V

(D) V

21. H एक हिलबर्ट स्पेस है । T Hilbert पर एक संकारक (operator) है ।

नीचे लिखे कथनों में से सही कथन का चुनाव कीजिए ।

(A) T एक सेल्फ एड्जॉइन्ट संकारक है यदि $T^* = T$

(B) T एक प्रसामान्य (नॉर्मल) संकारक है यदि $T^*T = TT^*$

(C) T एक एकैकी (युनिटरी) संकारक है यदि $T^*T = TT^* = I$

(D) सभी सही हैं

22. नीचे लिखे कथनों में से एक गलत कथन का चयन कीजिए ।

(A) l_p, $1 < p < \infty$ स्वतुल्य (Reflexive) स्पेस है

(B) l_1 एक स्वतुल्य (Reflexive) स्पेस है

(C) एक बनाक स्पेस जरूरी नहीं है कि वह स्वतुल्य (Reflexive) स्पेस होगा

(D) प्रत्येक परिमित विमीय (finite dimensional) स्पेस एक स्वतुल्य (Reflexive) स्पेस होता है

23. माना $X \neq \phi$ एक समुच्चय है और $E \subset X$ । उपसमुच्चय E एक नोवेयर (nowhere) सघन समुच्चय होगा यदि

(A) $(\bar{E})^\circ = \phi$

(B) $(\bar{E})^\circ \neq \phi$

(C) $\bar{E} = X$

(D) $\bar{E}$ कोई अरिक्त ओपन समुच्चय नहीं रखता

17. If $|\vec{r}| = r$, where $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, then $\nabla\left(\frac{1}{r}\right) =$

(A) $-\frac{\vec{r}}{r^3}$

(B) $-\frac{\vec{r}}{r^2}$

(C) $\frac{\vec{r}}{r^3}$

(D) $\frac{\vec{r}}{r^2}$

18. Which of the following alternative is true ?

(A) $\nabla(\vec{a}\cdot\vec{b}) = (\vec{b}\cdot\nabla)\vec{a} + (\vec{a}\cdot\nabla)\vec{b} - \vec{b}\times(\nabla\times\vec{a}) - \vec{a}\times(\nabla\times\vec{b})$

(B) $\nabla\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) = \vec{b}\cdot(\nabla\times\vec{a}) + \vec{a}\cdot(\nabla\times\vec{b})$

(C) $\nabla\times(u\vec{a}) = (\nabla u)\times\vec{a} - u(\nabla\times\vec{a})$

(D) $\nabla\times(\vec{a}\times\vec{b}) = (\vec{b}\cdot\nabla)\vec{a} - \vec{b}(\nabla\cdot\vec{a}) - (\vec{a}\cdot\nabla)\vec{b} + \vec{a}(\nabla\cdot\vec{b})$

19. If C is square cut from the first quadrant by the line x = 1 and y = 2, then the integration $\oint_C (xydy - y^2dx) =$

(A) 6

(B) 3

(C) $\frac{3}{2}$

(D) 2

20. If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ and V be the volume enclosed by surface S, then what is the value of $\iint_S \vec{r}\cdot\hat{n}\,dS$, where S is a closed surface ?

(A) $\frac{V}{2}$

(B) 2V

(C) 3V

(D) V

21. Let H be a Hilbert space. T be an operator defined on H.
Identify the correct statement from the below statements.

(A) T is a self adjoint operator if $T^* = T$

(B) T is a normal operator if $T^*T = TT^*$

(C) T is a unitary operator if $T^*T = TT^* = I$

(D) All are correct

22. Identify the incorrect statement from the following.

(A) l_p, $1 < p < \infty$ is a reflexive space

(B) l_1, is a reflexive space

(C) A Banach space need not be a reflexive space

(D) Every finite dimensional space is a reflexive space

23. Let $X \neq \phi$ be a set and $E \subset X$. A subset E is nowhere dense if

(A) $(\bar{E})^\circ = \phi$

(B) $(\bar{E})^\circ \neq \phi$

(C) $\bar{E} = X$

(D) $\bar{E}$ contains non-empty open set

24. निम्नलिखित कथनों पर विचार करें :

a. मजबूत अभिसरण मानक अभिसरण से कमजोर है ।

b. कमजोर अभिसरण मजबूत अभिसरण से कमजोर होता है । तब

(A) केवल (a) सत्य है

(B) केवल (b) सत्य है

(C) (a) और (b) दोनों सत्य हैं

(D) न तो (a) और न ही (b) सत्य है

25. निम्न कथनों में से सही कथन/कथनों का चुनाव कीजिए :

a. B और B′ दो बनाक स्पेसज हैं । $T : B \to B'$ एक इनटू (into) रैखिक संकारक है । T एक सतत् संकारक (ओपरेटर) होगा यदि और केवल यदि T का ग्राफ, G_T क्लोज़्ड है ।

b. B और B′ दो बनाक स्पेसज हैं । $T : B \to B'$ एक ओनटू (onto) सतत् संकारक है, तो T एक ओपन (open) फलन (mapping) होगी ।

(A) केवल कथन (a) सही है

(B) केवल कथन (b) सही है

(C) कथन (a) और (b) दोनों सही हैं

(D) न तो (a) और न ही (b) कथन सत्य है

26. कोटि 60 के एक चक्रीय समूह के जनकों की संख्या होगी

(A) 14

(B) 16

(C) 18

(D) 20

27. निम्न में से कौन-से/कौन-सा किसी परिमित समूह के लिए वर्ग समीकरण संभव है ?

I. $1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 13 + 13 = 39$

II. $1 + 1 + 1 + 2 + 5 + 5 = 15$

III. $1 + 3 + 3 + 7 + 7 = 21$

(A) केवल I

(B) केवल II

(C) केवल III

(D) I तथा III दोनों

28. यदि p एक अभाज्य संख्या है, तो कोटि 2p के किसी समूह G को एक प्रसामान्य उपसमूह होगी कोटि _____ के ।

(A) $p - 1$

(B) $\frac{p-1}{2}$

(C) $\frac{p}{2}$

(D) p

29. यदि एक समूह G की कोटि 4725 है, तो 3-सिलो उपसमूह की कोटि है

(A) 3

(B) 9

(C) 27

(D) 175

30. निम्न में से कौन-सा कथन गलत है ?

(A) इकाई सहित एक क्रम विनिमेयी वलय एक क्षेत्र होता है यदि इसमें कोई उचित गुणजावली (ideals) विद्यमान हो ।

(B) पूर्णांकों का समुच्चय I परिमेय संख्याओं के वलय (Q, +, .) की गुणजावली नहीं है ।

(C) परिमेय संख्याओं का समुच्चय Q वास्तविक संख्याओं के वलय (R, +, .) की गुणजावली नहीं है ।

(D) किसी वलय की दो गुणजावलियों का सर्वनिष्ठ भी उस वलय की गुणजावली होती है ।

A

24. Consider the following statements :
    a. Strong convergence is weaker than standard convergence.
    b. Weak convergence is weaker than strong convergence. Then

    (A) Only (a) is true
    (B) Only (b) is true
    (C) Both (a) and (b) are true
    (D) Neither (a) nor (b) is true

25. Identify the correct statement/ statements.
    a. If B and B′ are Banach spaces and T is a linear transformation of B into B′, then T is continuous iff its graph G_T is closed.
    b. If B and B′ are Banach spaces and if T is a continuous linear transformation of B onto B′, then T is an open mapping.

    (A) Only statement (a) is true
    (B) Only statement (b) is true
    (C) Both statements (a) and (b) are true
    (D) Neither statement (a) true nor statement (b) true

26. Number of generators of a cyclic group of order 60 will be
    (A) 14
    (B) 16
    (C) 18
    (D) 20

27. Which among the following is/are possible class equation for some finite group ?
    I. $1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 13 + 13 = 39$
    II. $1 + 1 + 1 + 2 + 5 + 5 = 15$
    III. $1 + 3 + 3 + 7 + 7 = 21$
    (A) Only I
    (B) Only II
    (C) Only III
    (D) Both I and III

28. If p is a prime number, then any group G of order 2p has a normal subgroup of order
    (A) $p - 1$
    (B) $\frac{p-1}{2}$
    (C) $\frac{p}{2}$
    (D) p

29. If G is a group of order 4725, then the order of 3-sylow subgroup is
    (A) 3
    (B) 9
    (C) 27
    (D) 175

30. Which of the following statement is wrong ?
    (A) A commutative ring with unity is a field if it has proper ideals.
    (B) Set of integers I is not an ideal of the ring of rational numbers (Q, +, .).
    (C) Set of rational numbers Q is not an ideal of the ring of real numbers (R, +, .).
    (D) Intersection of two ideals of a ring is again an ideal of the ring.

31. मॉडिफाइड यूलर विधि, जिसे इम्प्रूव्ड यूलर विधि के रूप में भी जाना जाता है, मानक यूलर विधि की एक सीमा को पार कर जाती है

(A) छोटे चरण आकारों का उपयोग करना

(B) सटीकता का क्रम बढ़ाना

(C) अनुकूली चरण-आकार नियंत्रण लागू करना

(D) दो बिंदुओं पर फलन के मानों का औसत शामिल करना

32. समद्विभाजन विधि में अभिसारिता है

(A) द्विघातीय

(B) त्रिघातीय

(C) रैखिक

(D) इनमें से कोई नहीं

33. सेकेन्ट विधि (Secant method) द्वारा समीकरण $f(x) = 0$ का मूल प्राप्त करने के लिए उपयोग किया जाने वाला सूत्र है

(A) $x_{i+1} = x_i + \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$

(B) $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i + x_{i-1})}{f(x_i) + f(x_{i-1})}$

(C) $x_{i+1} = x_i + \frac{f(x_i)(x_i + x_{i-1})}{f(x_i) + f(x_{i-1})}$

(D) $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$

34. y के (i + 1) वें पुनरावृत्ति के लिए पिकार्ड की विधि है

(A) $y^{i+1} = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, y^{(i)})dx$

(B) $y^{i+1} = y_0 - \int_{x_0}^{x} f(x, y^{(i)})dx$

(C) $y^{i+1} = y_0 + \int_{x}^{x_0} f(x, y^{(i)})dx$

(D) $y^{i+1} = y_0 - \int_{x}^{x_0} f(x, y^{(i)})dx$

35. $y(x_0) = y_0$ के साथ $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ को हल करने के लिए मिलने प्रिडिक्टर सूत्र है

(A) $y_{i+1} = y_{i-3} - \frac{4}{3}h\left(2f_{i-2} - f_{i-1} + 2f_i\right)$

(B) $y_{i+1} = y_{i-3} + \frac{4}{3}h\left(2f_{i-2} - f_{i-1} + 2f_i\right)$

(C) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{3}\left(f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1}\right)$

(D) $y_{i+1} = y_i - \frac{h}{3}\left(f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1}\right)$

36. टेलर प्रमेय के प्रयोग से $\tan^{-1}(x + h)$ का विस्तार क्या होगा ?

(A) $\tan^{-1}x + \frac{(\tan^{-1}x)^2}{2!} + \frac{(\tan^{-1}x)^3}{3!} + \ldots$

(B) $\tan^{-1}0 + h\sin^2 z + \frac{(h\sin z)^2}{2!}$
$\sin 2z + (h \sin z)^3 \frac{\sin 3z}{3} + \ldots,$
जहाँ कि $z = \cot^{-1}x$ है

(C) $\tan^{-1}x + h\sin^2 z - (h\sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2}$
$+(h \sin z)^3 \frac{\sin 3z}{3} - \ldots,$
जहाँ कि $z = \cot^{-1}x$ है

(D) $\tan^{-1}0 + h\sin^2 z - (h\sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2}$
$+(h \sin z)^3 \frac{\sin 3z}{3} - \ldots,$
जहाँ कि $z = \cot^{-1}x$ है

31. The modified Euler method, also known as improved Euler method overcomes a limitation of the standard Euler method by
(A) using smaller step sizes
(B) increasing the order of accuracy
(C) applying adaptive step-size control
(D) incorporating an average of function values of two points

32. The convergence of Bisection method is
(A) Quadratic
(B) Cubic
(C) Linear
(D) None of these

33. To find out the root of the equation $f(x) = 0$ by Secant method, the formula used is

(A) $x_{i+1} = x_i + \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$

(B) $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i + x_{i-1})}{f(x_i) + f(x_{i-1})}$

(C) $x_{i+1} = x_i + \frac{f(x_i)(x_i + x_{i-1})}{f(x_i) + f(x_{i-1})}$

(D) $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$

34. Picard's method for $(i + 1)^{th}$ iterate of y is

(A) $y^{i+1} = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(x, y^{(i)})dx$

(B) $y^{i+1} = y_0 - \int_{x_0}^{x} f(x, y^{(i)})dx$

(C) $y^{i+1} = y_0 + \int_{x}^{x_0} f(x, y^{(i)})dx$

(D) $y^{i+1} = y_0 - \int_{x}^{x_0} f(x, y^{(i)})dx$

35. Milne's predictor formula for the solution of $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ with $y(x_0) = y_0$ is

(A) $y_{i+1} = y_{i-3} - \frac{4}{3}h\left(2f_{i-2} - f_{i-1} + 2f_i\right)$

(B) $y_{i+1} = y_{i-3} + \frac{4}{3}h\left(2f_{i-2} - f_{i-1} + 2f_i\right)$

(C) $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{3}\left(f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1}\right)$

(D) $y_{i+1} = y_i - \frac{h}{3}\left(f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1}\right)$

36. Using Taylor's theorem, what will be the expansion of $\tan^{-1}(x + h)$?

(A) $\tan^{-1}x + \frac{(\tan^{-1}x)^2}{2!} + \frac{(\tan^{-1}x)^3}{3!} + \ldots.$

(B) $\tan^{-1}0 + h\sin^2 z + \frac{(h\sin z)^2}{2!}$
$\sin 2z + (h \sin z)^3 \frac{\sin 3z}{3}$
$+\ldots,$ where $z = \cot^{-1}x$

(C) $\tan^{-1}x + h\sin^2 z - (h\sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2}$
$+(h \sin z)^3 \frac{\sin 3z}{3} - \ldots,$
where $z = \cot^{-1}x$

(D) $\tan^{-1}0 + h\sin^2 z - (h\sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2}$
$+(h \sin z)^3 \frac{\sin 3z}{3} - \ldots,$
where $z = \cot^{-1}x$

37. वक्र $y = x^3$ का नति परिवर्तन बिन्दु (प्वाइंट ऑफ इनफ्लेक्शन) _____ है ।

(A) 1

(B) 0

(C) 2

(D) -1

38. वक्र $a^2y = x^3 - a^3$ के लिए (x, y) बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या क्या है ?

(A) $\frac{(a^4 - 9x^4)^{3/2}}{6a^4x}$

(B) $\frac{(a^4 + 9x^4)^{3/2}}{6a^4x}$

(C) $\frac{(a^3 - 9x^3)^{3/2}}{6a^3x}$

(D) $\frac{(a^4 + 9x^4)^{3/2}}{6ax^4}$

39. निश्चित समाकल $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ का मान क्या होगा ?

(A) π^2

(B) $\frac{1}{2}\pi^2$

(C) $\frac{1}{4}\pi^2$

(D) $\frac{1}{4}\pi$

40. अर्ध-घन परवलय $ay^2 = x^3$ के शीर्ष से बिन्दु (a, a) तक की चाप की लम्बाई _____ है ।

(A) $\frac{1}{27}\left\{13\sqrt{13} + 8\right\}a$

(B) $\frac{1}{27}\left\{13\sqrt{3} - 7\right\}a$

(C) $\frac{1}{27}\left\{169 - \sqrt{8}\right\}a$

(D) $\frac{1}{27}\left\{13\sqrt{13} - 8\right\}a$

41. यदि श्रेणियाँ $\Sigma a_n, \Sigma b_n, \Sigma c_n$ क्रमश: A, B, C को अभिसारित होती है तथा $c_n = a_0b_n + \ldots\ldots\ldots + a_nb_0$, तब

(A) $A = BC$

(B) $C = A + B$

(C) $C = AB$

(D) $B = AC$

42. माना $f(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{ परिमेय}) \\ 0 & (x \text{ अपरिमेय}) \end{cases}$ तथा

$f(x+)$ व $f(x-)$ का अस्तिव नहीं है, तब f रखता है

(A) एक समान सतत फलन

(B) सतत फलन

(C) प्रथम प्रकार की असततता

(D) द्वितीय प्रकार की असततता

43. यदि [a, b] में एक वास्तविक सतत फलन f है, जो कि (a, b) में अवकलनीय है तब वहाँ एक बिंदु $x \in (a, b)$ है, जिसके लिए

(A) $f(b) - f(a) = \frac{(b-a)}{n} f'(x)$

(B) $f(b) - f(a) = (a - b) f'(x)$

(C) $f(b) - f(a) = n(a - b) f'(x)$

(D) $f(a) - f(b) = (a - b) f'(x)$

37. The point of inflexion of the curve $y = x^3$ is

(A) 1

(B) 0

(C) 2

(D) -1

38. What is the radius of curvature at the point (x, y) for the curve $a^2y = x^3 - a^3$?

(A) $\frac{(a^4 - 9x^4)^{3/2}}{6a^4x}$

(B) $\frac{(a^4 + 9x^4)^{3/2}}{6a^4x}$

(C) $\frac{(a^3 - 9x^3)^{3/2}}{6a^3x}$

(D) $\frac{(a^4 + 9x^4)^{3/2}}{6ax^4}$

39. What will be the value of the definite integral $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$?

(A) π^2

(B) $\frac{1}{2}\pi^2$

(C) $\frac{1}{4}\pi^2$

(D) $\frac{1}{4}\pi$

40. Length of the arc of the semi-cubical parabola $ay^2 = x^3$ from its vertex to the point (a, a) is

(A) $\frac{1}{27}\left\{13\sqrt{13} + 8\right\}a$

(B) $\frac{1}{27}\left\{13\sqrt{3} - 7\right\}a$

(C) $\frac{1}{27}\left\{169 - \sqrt{8}\right\}a$

(D) $\frac{1}{27}\left\{13\sqrt{13} - 8\right\}a$

41. If the series $\Sigma a_n, \Sigma b_n, \Sigma c_n$ converges to A, B, C respectively and $c_n = a_0b_n + \ldots\ldots\ldots + a_nb_0$, then

(A) $A = BC$

(B) $C = A + B$

(C) $C = AB$

(D) $B = AC$

42. Let $f(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{ rational}) \\ 0 & (x \text{ irrational}) \end{cases}$

and f(x+) and f(x –) does not exists, then f has a

(A) Uniformly continuous function

(B) Continuous function

(C) Discontinuity of the first kind

(D) Discontinuity of the second kind

43. If f is a real continuous function on [a, b] which is differentiable in (a, b), then there is a point $x \in (a, b)$ at which

(A) $f(b) - f(a) = \frac{(b-a)}{n} f'(x)$

(B) $f(b) - f(a) = (a - b) f'(x)$

(C) $f(b) - f(a) = n(a - b) f'(x)$

(D) $f(a) - f(b) = (a - b) f'(x)$

44. माना a तथा c वास्तविक संख्याएँ हैं, $c > 0$ तथा $[-1, 1]$ पर $f(x)$ निम्न द्वारा परिभाषित होता है

$$f(x) = \begin{cases} x^a \sin\left(|x|^{-c}\right) & (\text{यदि } x \neq 0) \\ 0 & (\text{यदि } x = 0) \end{cases}$$

(A) $f''(x)$ सतत है यदि और केवल यदि $a > 2 + 2c$

(B) $f''(x)$ सतत है यदि और केवल यदि $a < 2 + 3c$

(C) $f''(x)$ सतत है यदि और केवल यदि $a > c$

(D) $f''(x)$ सतत है यदि और केवल यदि $a < c$

45. रीमान ज़ीटा फलन होता है

(A) $\zeta(S) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}, 1 < s < \infty$

(B) $\zeta(S) = \sum_{n=1}^{\infty} n^s, 1 < s < \infty$

(C) $\zeta(S) = \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)^s (n-1)^s, 1 < s < \infty$

(D) $\zeta(S) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)^s}, 1 < s < \infty$

46. यदि $\vec{F} = (x^2 + y - 4)\hat{i} + 3xy\hat{j} + (2xy + z^2)\hat{k}$ तथा S, xy-तल के ऊपर परवलयज $x^2 + y^2 + z = 4$ का पृष्ठ है, तो समाकलन $\iint_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot \hat{n}\, dS =$

(A) -2π

(B) 2π

(C) 3π

(D) -4π

47. किसी शांकव में, किसी नाभीय जीवा के खण्डों के व्युत्क्रमों का योग

(A) अचर रहता है

(B) शून्य होता है

(C) जीवा के खण्डों के योग के बराबर होता है

(D) ज्ञात नहीं किया जा सकता है

48. शांकव $x^2 - 3xy + y^2 + 10x - 10y + 21 = 0$ के केन्द्र के निर्देशांक है

(A) $(-2, -2)$

(B) $(2, -2)$

(C) $(-2, 2)$

(D) $(2, 2)$

49. यदि द्वितीय घात का व्यापक समीकरण $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$, जहाँ $\Delta \neq 0$, $h^2 - ab > 0$, $a + b = 0$, तो यह समीकरण व्यक्त करता है

(A) एक समकोणीय अतिपरवलय को

(B) एक परवलय को

(C) एक वृत्त को

(D) एक दीर्घवृत्त को

50. उस लम्बवृत्तीय शंकु का समीकरण क्या होगा जिसका शीर्ष, मूल बिन्दु O पर है, अक्ष OZ तथा अर्धशीर्ष कोण α है ?

(A) $x^2 + y^2 = z^2 \tan^2\alpha$

(B) $(x^2 + y^2) \tan^2\alpha = z^2$

(C) $x^2 + z^2 = y^2 \tan\alpha$

(D) $y^2 + z^2 = x^2 \tan^2\alpha$

44. Suppose a and c are real numbers, $c > 0$ and f(x) is defined on $[-1, 1]$ by

$$f(x) = \begin{cases} x^a \sin\left(|x|^{-c}\right) & (\text{if } x \neq 0) \\ 0 & (\text{if } x = 0) \end{cases}$$

(A) $f''(x)$ is continuous if and only if $a > 2 + 2c$

(B) $f''(x)$ is continuous if and only if $a < 2 + 3c$

(C) $f''(x)$ is continuous if and only if $a > c$

(D) $f''(x)$ is continuous if and only if $a < c$

45. Riemann's zeta function is

(A) $\zeta(S) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}, 1 < s < \infty$

(B) $\zeta(S) = \sum_{n=1}^{\infty} n^s, 1 < s < \infty$

(C) $\zeta(S) = \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)^s (n-1)^s, 1 < s < \infty$

(D) $\zeta(S) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)^s}, 1 < s < \infty$

46. If $\vec{F} = (x^2 + y - 4)\hat{i} + 3xy\hat{j} + (2xy + z^2)\hat{k}$ and S is surface of paraboloid $x^2 + y^2 + z = 4$ above the xy-plane, then $\iint_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot \hat{n}\, dS =$

(A) -2π

(B) 2π

(C) 3π

(D) -4π

47. In any conic, the sum of reciprocals of the segments of any focal chord is

(A) remain constant

(B) equal to zero

(C) equal to sum of segment of focal chords

(D) not able to determined

48. The coordinate of centre of a conic $x^2 - 3xy + y^2 + 10x - 10y + 21 = 0$ is

(A) $(-2, -2)$

(B) $(2, -2)$

(C) $(-2, 2)$

(D) $(2, 2)$

49. If a general equation of second degree $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$, where $\Delta \neq 0$, $h^2 - ab > 0$, $a + b = 0$, then this equation represents

(A) a rectangular hyperbola

(B) a parabola

(C) a circle

(D) an ellipse

50. What is the equation of right circular cone whose vertex is at origin O, axis OZ and semivertical angle α?

(A) $x^2 + y^2 = z^2 \tan^2\alpha$

(B) $(x^2 + y^2) \tan^2\alpha = z^2$

(C) $x^2 + z^2 = y^2 \tan\alpha$

(D) $y^2 + z^2 = x^2 \tan^2\alpha$

51. यदि $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ तथा $x > 0$, जब कि एक धनात्मक पूर्णांक n ऐसा है कि $nx > y$, तब यह विरूपित करता है

(A) $\mathbb{R}$ में आर्किमीडियन गुणधर्म

(B) $\mathbb{Z}$ में आर्किमीडियन गुणधर्म

(C) बोल्ज़ानो-वीयरस्ट्रैस गुणधर्म

(D) रीमान-स्टिल्टजेस गुणधर्म

52. प्रत्येक नेबरहुड होता है

(A) एक संवृत समुच्चय

(B) एक विवृत समुच्चय

(C) एक सघन समुच्चय

(D) एक परिबद्ध समुच्चय

53. R^k में प्रत्येक अपरिबद्ध अनंत उपसमुच्चय में होता है

(A) परिमित विवृत उप आवरण (कवर)

(B) परिमित संवृत आवरण (कवर)

(C) R^k में कोई सीमांत बिंदु नहीं

(D) R^k में एक सीमांत बिंदु

54. माना $\{p_n\}$ मेट्रिक समष्टि X में एक अनुक्रम है । यदि $p \in X$, $p' \in X$ तथा यदि $\{p_n\}$, p तथा p' में अभिसारित होता हो, तब

(A) $p' = p$

(B) $p' \neq p$

(C) $p' > p$

(D) $p' < p$

55. यदि X में एक अनुक्रम $\{p_n\}$ है, तथा यदि E_N बिंदुओं $p_N, p_{N+1}, p_{N+2}, \ldots\ldots$ को रखता है, तो अनुक्रम $\{p_n\}$ कॉशी अनुक्रम होगी यदि और केवल यदि

(A) $\lim\limits_{N\to\infty} \operatorname{diam} E_N = 0$

(B) $\lim\limits_{N\to\infty} \operatorname{diam} E_N \neq 0$

(C) $\lim\limits_{N\to\infty} \operatorname{diam} E_N = 1$

(D) $\lim\limits_{N\to\infty} \operatorname{diam} E_N = \infty$

56. प्रथम चतुर्थांश में वक्र $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या होगा ?

(A) $3\pi a^2$

(B) $\dfrac{3\pi a^2}{8}$

(C) $\dfrac{3\pi a^2}{32}$

(D) $\dfrac{3\pi a^2}{16}$

57. यदि $\{u_n\}$ एवं $\{v_n\}$ धनात्मक वास्तविक संख्याओं के अनुक्रम हो, जहाँ कि $u_n = \dfrac{(3n)!}{(n!)3}$ और $v_n = \dfrac{n^n}{(n+1)(n+2)\ldots(n+n)}$ हैं, तो निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

कथन (a) : $\lim\limits_{n\to\infty} (u_n)^{\frac{1}{n}} = 27$

कथन (b) : $\lim\limits_{n\to\infty} (v_n)^{\frac{1}{n}} = \dfrac{e}{4}$

निम्नलिखित में से कौन-सा विकल्प सही है ?

(A) कथन (a) सत्य है परन्तु कथन (b) असत्य है

(B) कथन (a) असत्य है परन्तु कथन (b) सत्य है

(C) कथन (a) व कथन (b) दोनों सत्य हैं

(D) कथन (a) व कथन (b) दोनों असत्य हैं

58. यदि श्रेणी $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(n+1)}{n^p}$ अभिसारी है, तब

(A) $2 > p \geq 1$

(B) $p < 2$

(C) $p = 2$

(D) $p > 2$

51. If $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ and $x > 0$, then there is a positive integer n such that $nx > y$, refer to
(A) Archimedean property of $\mathbb{R}$
(B) Archimedean property of $\mathbb{Z}$
(C) Bolzano-Weierstrass property
(D) Riemann-Stieltjes property

52. Every neighbourhood is a/an
(A) Closed set
(B) Open set
(C) Dense set
(D) Bounded set

53. Every unbounded infinite subset of R^k has
(A) Finite open sub cover
(B) Finite closed cover
(C) No limit point in R^k
(D) A limit point in R^k

54. Let $\{p_n\}$ be a sequence in a metric space X. If $p \in X$, $p' \in X$ and if $\{p_n\}$ converges to p and p', then
(A) $p' = p$
(B) $p' \neq p$
(C) $p' > p$
(D) $p' < p$

55. If $\{p_n\}$ is a sequence in X and if E_N consists of the points p_N, p_{N+1}, p_{N+2}, ..., then sequence $\{p_n\}$ shall be Cauchy sequence if and only if
(A) $\lim_{N\to\infty} \text{diam } E_N = 0$
(B) $\lim_{N\to\infty} \text{diam } E_N \neq 0$
(C) $\lim_{N\to\infty} \text{diam } E_N = 1$
(D) $\lim_{N\to\infty} \text{diam } E_N = \infty$

56. What will be the area of the region bounded by the curve $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ in the first quadrant ?
(A) $3\pi a^2$
(B) $\frac{3\pi a^2}{8}$
(C) $\frac{3\pi a^2}{32}$
(D) $\frac{3\pi a^2}{16}$

57. If $\{u_n\}$ and $\{v_n\}$ are the sequences of positive real numbers, where
$u_n = \frac{(3n)!}{(n!)3}$ and
$v_n = \frac{n^n}{(n+1)(n+2)...(n+n)}$, then
consider the following statements :
Statement (a) : $\lim_{n\to\infty} (u_n)^{\frac{1}{n}} = 27$
Statement (b) : $\lim_{n\to\infty} (v_n)^{\frac{1}{n}} = \frac{e}{4}$
Which of the following alternatives is correct ?
(A) Statement (a) is correct but statement (b) is incorrect
(B) Statement (a) is incorrect but statement (b) is correct
(C) Statement (a) and statement (b) both are correct
(D) Statement (a) and statement (b) both are incorrect

58. If the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)}{n^p}$ is convergent, then
(A) $2 > p \geq 1$
(B) $p < 2$
(C) $p = 2$
(D) $p > 2$

59. श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n\theta$ के लिए निम्नलिखित में से कौन-सा सही है ?

(A) निरपेक्षत: अभिसारी

(B) सापेक्षत: अभिसारी

(C) अभिसारी परन्तु निरपेक्षत: अभिसारी नहीं

(D) अपसारी

60. यदि एक फलन f(x) संवृत्त अन्तराल [a, b] में सतत है तथा $f(a)\, f(b) < 0$ है, तो कम से कम एक ऐसा बिन्दु c, जिस पर $f(c) = 0$ है, विद्यमान होगा, जब

(A) $c \notin (a, b)$

(B) $c \in (a, b)$

(C) $c \in [a, b]$

(D) $c \notin [a, b]$

61. वन-वे एनोवा (ANOVA) में F के मान की गणना के लिए, अंतिम प्रक्रियात्मक चरण क्या है ?

(A) वर्गों का आंतरिक योग ज्ञात करना

(B) वर्गों के बीच का योग ज्ञात करना

(C) वर्गों के योग के भीतर और बीच का अनुपात ज्ञात करना

(D) विचरण के बीच और विचरण के भीतर के अनुपात का पता लगाना

62. बेज़ प्रमेय में $P(A \mid B)$ घटना A की प्रायिकता को दर्शाता है

(A) यह दिया हुआ है कि घटना B घटित हुई है

(B) घटना B का घटन का होना से स्वतन्त्र है

(C) घटना B के घटने से पहले है

(D) घटना A और B के संघ पर आधारित है

63. एक डिब्बे में 8 नारंगी, 7 सफेद और 6 नीली गेंदें हैं । यदि एक गेंद को यादृच्छिक रूप से निकाला जाता है, तो इसकी क्या प्रायिकता है कि वह न तो नारंगी है और न ही नीली है ?

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{21}$

(C) $\frac{2}{21}$

(D) $\frac{5}{21}$

64. एक बाइक निर्माण कंपनी के दो प्लांट P और Q है । प्लांट P, 60% बाइक का निर्माण करता है और प्लांट Q, 40% बाइक निर्माण करता है । प्लांट P में 80% बाइकें और प्लांट Q में 90% बाइकें मानक गुणवत्ता वाली है । एक बाइक यादृच्छिक रूप से चुनी जाती है और मानक गुणवत्ता की पाई जाती है । इसकी प्रायिकता क्या है कि यह प्लांट P से आयी है ?

(A) $\frac{6}{7}$

(B) $\frac{2}{7}$

(C) $\frac{4}{7}$

(D) इनमें से कोई भी नहीं

65. गॉस एलिमिनेशन विधि की तुलना में गॉस-सैडिल विधि का उपयोग करने की संभावित लाभ क्या है ?

(A) इसमें कम पुनरावृत्तियों की आवश्यकता है

(B) यह प्रारंभिक अनुमान के प्रति कम संवेदनशील है

(C) यह सदैव समाधान की ओर अग्रसर होता है

(D) यह केवल वर्ग आव्यूहों पर लागु होता है

59. For the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n\theta$, which of the following is correct ?

(A) Absolutely convergent

(B) Conditionally convergent

(C) Convergent but not absolutely convergent

(D) Divergent

60. If a function f(x) is continuous on a closed interval [a, b] and f(a) f(b) < 0, then there exists at least one point c such that f(c) = 0, when

(A) $c \notin (a, b)$

(B) $c \in (a, b)$

(C) $c \in [a, b]$

(D) $c \notin [a, b]$

61. For computation of F-value in one-way ANOVA. What is the final procedural step ?

(A) Finding out the within sum of squares

(B) Finding out the between sum of squares

(C) Finding out the ratio of within and between sum of squares

(D) Finding out the ratio of between variance and within variance

62. In Bayes Theorem, P(A | B) represents the probability of event A

(A) Given that event B has occurred

(B) Independent of the occurrence of event B

(C) Before the occurrence of event B

(D) Conditioned on the union of events A and B

63. In a box there are 8 orange, 7 white and 6 blue balls. If a ball is picked up randomly, what is the probability that it is neither orange nor blue ?

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{21}$

(C) $\frac{2}{21}$

(D) $\frac{5}{21}$

64. A bike manufacturing company has two plants P and Q. Plant P manufactures 60% of bikes and plant Q manufactures 40%. 80% of the bikes at plant P and 90% of the bikes at plant Q are rated of standard quality. A bike is chosen at random and found to be of standard quality. What is the probability that it has come from plant P ?

(A) $\frac{6}{7}$

(B) $\frac{2}{7}$

(C) $\frac{4}{7}$

(D) None of these

65. What is the potential advantage of using the Gauss-Seidal method over the Gauss elimination method ?

(A) It requires fewer iteration

(B) It is less sensitive to the initial guess

(C) It always converges to the solution

(D) It is applicable only to square matrices

66. आंतरगुणन समष्टि V(F) में किन्हीं दो सदिशों α, β के लिए

(A) $|(\alpha, \beta)| \geq ||\alpha||\ ||\beta||$

(B) $|(\alpha, \beta)| \geq |\alpha|\ |\beta|$

(C) $|(\alpha, \beta)| \leq ||\alpha||\ ||\beta||$

(D) $|(\alpha, \beta)| \leq |\alpha|\ |\beta|$

67. यदि α और β वास्तविक आंतरगुणन समष्टि में सदिश हो, और यदि $\alpha + \beta$, $\alpha - \beta$ पर लांबिक हो, तो

(A) $||\alpha|| \neq ||\beta||$

(B) $||\alpha|| < ||\beta||$

(C) $||\alpha|| > ||\beta||$

(D) $||\alpha|| = ||\beta||$

68. द्विघाती समघात

$$q(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy$$

के संगत सममित आव्यूह है

(A) $\begin{bmatrix} a & h & f \\ b & h & c \\ f & c & g \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} h & g & c \\ g & f & b \\ h & b & a \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

69. यदि किसी दिये गये समघात का प्रसामान्य समघात $q = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$ में समानयन हो जाये, तो वह समघात है

(A) धनात्मक निश्चित

(B) ऋणात्मक निश्चित

(C) धनात्मक अर्द्धनिश्चित

(D) ऋणात्मक अर्द्धनिश्चित

70. यदि व्युत्क्रमणीय रैखिक रूपान्तरण $T : V_3 \to V_3$ इस प्रकार परिभाषित है कि

$T(u_1, u_2, u_3) = (u_1 + u_2 + u_3, u_2 + u_3, u_3)$

तो प्रतिलोम रैखिक रूपांतरण है

(A) $T^{-1}(u_1, u_2, u_3) = (u_1 - u_2, u_2 - u_3, u_3)$

(B) $T^{-1}(u_1, u_2, u_3) = (u_1 + u_2, u_2 - u_3, u_3)$

(C) $T^{-1}(u_1, u_2, u_3) = (u_1 + u_2 - 2u_3, u_2 - u_3, u_3)$

(D) इनमें से कोई नहीं

71. माना M एक मानक रैखिक समष्टि N का संवृत उचित उपसमष्टि है और माना एक वास्तविक संख्या a इस प्रकार है कि $0 < a < 1$। तब एक सदिश $x_a \in N$ का अस्तित्व इस प्रकार होगा कि

(A) $||x_a|| = 1$ और $||x - x_a|| \leq a$, सभी $x \in M$ के लिए

(B) $||x_a|| = a$ और $||x - x_a|| \leq a$, सभी $x \in M$ के लिए

(C) $||x_a|| = 0$ और $||x - x_a|| \geq a$, सभी $x \in M$ के लिए

(D) $||x_a|| = 1$ और $||x - x_a|| \geq a$, सभी $x \in M$ के लिए

72. यदि x और y हिलबर्ट समष्टि H के कोई दो सदिश हों, तो Schwarz असमिका (inequality) होगी

(A) $|<x, y>| \leq ||x||\ ||y||$

(B) $|<x, y>| \leq ||x|| + ||y||$

(C) $|<x, y>| \geq ||x||\ ||y||$

(D) $|<x, y>| \geq ||x|| + ||y||$

66. In an inner product space V(F) for any two vectors α, β

(A) $|(\alpha, \beta)| \geq ||\alpha||\,||\beta||$

(B) $|(\alpha, \beta)| \geq |\alpha|\,|\beta|$

(C) $|(\alpha, \beta)| \leq ||\alpha||\,||\beta||$

(D) $|(\alpha, \beta)| \leq |\alpha|\,|\beta|$

67. If α and β are vectors in a real inner product space, and if $\alpha + \beta$ is orthogonal to $\alpha - \beta$, then

(A) $||\alpha|| \neq ||\beta||$

(B) $||\alpha|| < ||\beta||$

(C) $||\alpha|| > ||\beta||$

(D) $||\alpha|| = ||\beta||$

68. Corresponding symmetric matrix of the quadratic form

$q(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy$

(A) $\begin{bmatrix} a & h & f \\ b & h & c \\ f & c & g \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} h & g & c \\ g & f & b \\ h & b & a \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

69. If a given quadratic form be reduced in an orthonormal quadratic form $q = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$, then their form is

(A) Positive definite

(B) Negative definite

(C) Positive semidefinite

(D) Negative semidefinite

70. If the invertible linear transformation $T : V_3 \to V_3$ is defined by

$T(u_1, u_2, u_3) = (u_1 + u_2 + u_3, u_2 + u_3, u_3)$

then the inverse transformation of T is

(A) $T^{-1}(u_1, u_2, u_3) = (u_1 - u_2, u_2 - u_3, u_3)$

(B) $T^{-1}(u_1, u_2, u_3) = (u_1 + u_2, u_2 - u_3, u_3)$

(C) $T^{-1}(u_1, u_2, u_3) = (u_1 + u_2 - 2u_3, u_2 - u_3, u_3)$

(D) None of these

71. Let M be a closed proper subspace of a normed linear space N and let a be a real number such that $0 < a < 1$. Then there exists a vector $x_a \in N$ such that

(A) $||x_a|| = 1$ and $||x - x_a|| \leq a, \forall x \in M$

(B) $||x_a|| = a$ and $||x - x_a|| \leq a, \forall x \in M$

(C) $||x_a|| = 0$ and $||x - x_a|| \geq a, \forall x \in M$

(D) $||x_a|| = 1$ and $||x - x_a|| \geq a, \forall x \in M$

72. If x and y are any two vectors in a Hilbert space H, then Schwarz inequality is

(A) $|\langle x, y\rangle| \leq ||x||\,||y||$

(B) $|\langle x, y\rangle| \leq ||x|| + ||y||$

(C) $|\langle x, y\rangle| \geq ||x||\,||y||$

(D) $|\langle x, y\rangle| \geq ||x|| + ||y||$

73. यदि एक हिलबर्ट समष्टि H में $\{e_1, e_2\}$ एक प्रसामान्य लाम्बिक समुच्चय हो, तो e_1 एवं e_2 के मध्य दूरी है

(A) 0

(B) $\sqrt{2}$

(C) 2

(D) इनमें से कोई नहीं

74. माना $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ एक परिमित लंबन एक हिलबर्ट स्पेस H में निहित हैं, तब बेसल की असमिका निम्नलिखित में से चुनें ।

(A) $\sum_{i=1}^{n} |\langle x, e_i \rangle|^2 \leq \|x\|^2 \; \forall x \in H$

(B) $\sum_{i=1}^{n} |\langle x, e_i \rangle| \leq \|x\|^2 \; \forall x \in H$

(C) $\sum_{i=1}^{n} |\langle x, e_i \rangle|^2 \leq \|x\| \; \forall x \in H$

(D) $\sum_{i=1}^{n} |\langle x, e_i \rangle| \leq \|x\| \; \forall x \in H$

75. माना $T : l_2 \to l_2$ में इस प्रकार परिभाषित है $T_x = \lambda_n x_n$ जहाँ $x = \langle x_n \rangle \in l_2$ और $\langle \lambda_n \rangle$ एक अदिश का अनुक्रम है । ज्ञात कीजिए कब T एकात्मक है ।

(A) $|\lambda_n|^2 < 1$

(B) $|\lambda_n|^2 > 1$

(C) $|\lambda_n|^2 = 1$

(D) $|\lambda_n|^2 = \frac{1}{2}$

76. $\lim_{x \to 0} \frac{\{(1+x)^n - 1\}}{x}$ का मान क्या है ?

(A) $\frac{1}{n}$

(B) 0

(C) ∞

(D) n

77. यदि फलन $u(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$ है, तो

(A) u बिन्दु (a, a) पर उच्चिष्ठ होगा जब $a > 0$ है

(B) u बिन्दु (a, a) पर निम्निष्ठ होगा जब $a < 0$ है

(C) u बिन्दु (a, a) पर उच्चिष्ठ होगा जब $a < 0$ है

(D) u बिन्दु (a, a) पर निम्निष्ठ होगा जब $a = -1$ है

78. यदि $0 < n < 1$ है, तो $\lceil n \rceil \lceil (1-n) \rceil$ का मान क्या होगा ?

(A) $n\pi$

(B) $\frac{n\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{\sin(n\pi)}$

(D) $\frac{n\pi}{\sin(n\pi)}$

79. वक्र $y = x^3$, x – अक्ष तथा $x = a$, $x = b$ से परिबद्ध क्षेत्र को x – अक्ष के परित: घुमाने पर जनित ठोस का आयतन क्या होगा ?

(A) $\pi^2 \int_a^b x^3 \, dx$

(B) $\pi \int_a^b y \, dx$

(C) $\int_a^b y^2 \, dx$

(D) $\pi \frac{(b^7 - a^7)}{7}$

73. If $\{e_1, e_2\}$ be a orthonormal set in a Hilbert space H, then distance between e_1 and e_2 is

(A) 0

(B) $\sqrt{2}$

(C) 2

(D) None of these

74. Let $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ be a finite orthonormal set in a Hilbert space H. Then Bessel's inequality is the following

(A) $\sum_{i=1}^{n} |\langle x, e_i \rangle|^2 \leq \|x\|^2 \; \forall x \in H$

(B) $\sum_{i=1}^{n} |\langle x, e_i \rangle| \leq \|x\|^2 \; \forall x \in H$

(C) $\sum_{i=1}^{n} |\langle x, e_i \rangle|^2 \leq \|x\| \; \forall x \in H$

(D) $\sum_{i=1}^{n} |\langle x, e_i \rangle| \leq \|x\| \; \forall x \in H$

75. Let $T : l_2 \to l_2$ defined as $T_x = \lambda_n x_n$ where $x = \langle x_n \rangle \in l_2$ and $\langle \lambda_n \rangle$ be a sequence of scalars. Find when T is unitary.

(A) $|\lambda_n|^2 < 1$

(B) $|\lambda_n|^2 > 1$

(C) $|\lambda_n|^2 = 1$

(D) $|\lambda_n|^2 = \frac{1}{2}$

76. What is the value of $\lim_{x \to 0} \frac{\{(1+x)^n - 1\}}{x}$?

(A) $\frac{1}{n}$

(B) 0

(C) ∞

(D) n

77. If the function $u(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$, then

(A) u will be maximum at the point (a, a) when $a > 0$

(B) u will be minimum at the point (a, a) when $a < 0$

(C) u will be maximum at the point (a, a) when $a < 0$

(D) u will be minimum at the point (a, a) when $a = -1$

78. If $0 < n < 1$, then what will be the value of $\lceil n \rceil (1-n)$?

(A) $n\pi$

(B) $\frac{n\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{\sin(n\pi)}$

(D) $\frac{n\pi}{\sin(n\pi)}$

79. What will be the volume of the solid generated by the revolution, about the x – axis of the area bounded by the curve $y = x^3$, the x – axis and $x = a$, $x = b$?

(A) $\pi^2 \int_a^b x^3 \, dx$

(B) $\pi \int_a^b y \, dx$

(C) $\int_a^b y^2 \, dx$

(D) $\pi \frac{(b^7 - a^7)}{7}$

80. यदि f(x, y) दो चरों x तथा y का फलन है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा कथन हमेशा सत्य नहीं होगा ?

(A) $\delta u = \frac{\partial u}{\partial x}\delta x + \frac{\partial u}{\partial y}\delta y + \in_1 \delta x + \in_2 \delta y$, जहाँ कि $\in_1, \in_2 \to 0$, जबकि $\delta x \to 0$ और $\delta y \to 0$

(B) $\delta u = \frac{\partial u}{\partial x}\delta x + \frac{\partial u}{\partial y}$

(C) $du = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy$

(D) $\delta u = \delta x\, f_x(x + \theta_1 \delta x, y + \delta y) + \delta y\, f_y(x, y + \theta_2 \delta y)$ जहाँ कि $0 < \theta_1, \theta_2 < 1$; f_x तथा f_y के x तथा y के क्रमश: सापेक्ष f आंशिक अवकल हैं ।

81. शंकु $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ के तीन परस्पर लंबवत जनक होने की शर्त है

(A) $a - b + c = 0$

(B) $a + b + c = 0$

(C) $a + b - c = 0$

(D) इनमें से कोई नहीं

82. उस बेलन का समीकरण क्या होगा जिसके जनक z-अक्ष के समान्तर है तथा जो वक्र $x^2 + y^2 = z^2$, $x + y + z = 1$ को प्रतिच्छेदित करता है ?

(A) $x^2 + y^2 + (1 - x - y)^2 = 0$

(B) $x^2 - y^2 = (1 - x - y)^2$

(C) $x^2 + y^2 = (1 - x - y)^2$

(D) $y^2 - x^2 = (1 - x - y)^2$

83. उस संपर्क बिन्दु के निर्देशांक, जहाँ समतल $3x + 12y - 6z = 17$ शांकवज $3x^2 - 6y^2 + 9z^2 = -17$ को स्पर्श करता है; हैं

(A) $\left(1, 2, -\frac{2}{3}\right)$

(B) (3, 12, –6)

(C) (3, –6, 9)

(D) $\left(-1, 2, \frac{2}{3}\right)$

84. शांकवज $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{36} = 1$ के बिन्दु (2, 3, 6) पर अभिलम्ब का समीकरण है

(A) $\frac{x-2}{3} = \frac{2(y-3)}{4} = \frac{z-6}{-1}$

(B) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-6}{1}$

(C) $\frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-6}{1}$

(D) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-6}{1}$

85. पृष्ठ $x^2 + 12y^2 + 4z^2 = 8$ के बिन्दु $\left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$ पर स्पर्श समतल अक्षों को बिन्दुओं A, B और C पर मिलता है । ΔABC के केन्द्रक के निर्देशांक है

(A) $\left(\frac{8}{9}, \frac{4}{9}, \frac{2}{3}\right)$

(B) $\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{6}, \frac{2}{3}\right)$

(C) $\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{9}, \frac{2}{3}\right)$

(D) $\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{9}, \frac{2}{9}\right)$

80. If f(x, y) is a function of two variables x and y, then which of the following statement will **not** be true always ?

(A) $\delta u = \frac{\partial u}{\partial x}\delta x + \frac{\partial u}{\partial y}\delta y + \in_1 \delta x + \in_2 \delta y$, where $\in_1, \in_2 \to 0$ when $\delta x \to 0$ and $\delta y \to 0$

(B) $\delta u = \frac{\partial u}{\partial x}\delta x + \frac{\partial u}{\partial y}$

(C) $du = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy$

(D) $\delta u = \delta x\, f_x(x + \theta_1 \delta x, y + \delta y) + \delta y\, f_y(x, y + \theta_2 \delta y)$ where $0 < \theta_1, \theta_2 < 1$; f_x and f_y represent partial derivatives of f w.r.t. x, y respectively.

81. The condition that the cone $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ may have three mutually perpendicular generators, is

(A) $a - b + c = 0$

(B) $a + b + c = 0$

(C) $a + b - c = 0$

(D) none of these

82. What is equation of cylinder whose generators parallel to z-axis and intersects the curve $x^2 + y^2 = z^2$, $x + y + z = 1$?

(A) $x^2 + y^2 + (1 - x - y)^2 = 0$

(B) $x^2 - y^2 = (1 - x - y)^2$

(C) $x^2 + y^2 = (1 - x - y)^2$

(D) $y^2 - x^2 = (1 - x - y)^2$

83. The coordinate of point of contact, at which the plane $3x + 12y - 6z = 17$ touches the conicoid $3x^2 - 6y^2 + 9z^2 = -17$ is

(A) $\left(1, 2, -\frac{2}{3}\right)$

(B) $(3, 12, -6)$

(C) $(3, -6, 9)$

(D) $\left(-1, 2, \frac{2}{3}\right)$

84. The equation of the normal to the conicoid $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{36} = 1$ at the point (2, 3, 6) is

(A) $\frac{x-2}{3} = \frac{2(y-3)}{4} = \frac{z-6}{-1}$

(B) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-6}{1}$

(C) $\frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-6}{1}$

(D) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-6}{1}$

85. The tangent plane to the surface $x^2 + 12y^2 + 4z^2 = 8$ at the point $\left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$ meets the axis at the points A, B and C. The coordinate of centroid of ΔABC is

(A) $\left(\frac{8}{9}, \frac{4}{9}, \frac{2}{3}\right)$

(B) $\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{6}, \frac{2}{3}\right)$

(C) $\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{9}, \frac{2}{3}\right)$

(D) $\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{9}, \frac{2}{9}\right)$

86. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx}+y=xy^3$ का हल है

(A) $(2+cx)xy^2=1$

(B) $(3+x)xy^2=4$

(C) $(3+x)x^2y=1$

(D) $(2+cx)x^2y=1$

87. अवकल समीकरण $y=px+\frac{a}{p}$ का व्यापक हल है

(A) $y=cx+\frac{a}{c}$

(B) $y=\frac{x}{c}-a$

(C) $y=cx+ac^2$

(D) इनमें से कोई नहीं

88. वक्रों के निकाय $ax^2+y^2=1$ का लम्बकोणीय संछेदियाँ है

(A) $y=ce^{(x+y)}$

(B) $y=ce^{\left(x^2-y^2\right)}$

(C) $y^2=ce^{\left(x^2-y^2\right)}$

(D) $y^2=ce^{\left(x^2+y^2\right)}$

89. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}+6\frac{dy}{dx}+9y-25e^{2x}=0$ का विशिष्ट समाकल है

(A) $2e^{2x}$

(B) $\frac{2}{3}e^{2x}$

(C) e^{2x}

(D) $\frac{3}{2}e^{x}$

90. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}+a^2y=\sin ax$ का विशिष्ट समाकल है

(A) $\frac{x}{2a}\cos ax$

(B) $\frac{x}{2a}\sin ax$

(C) $-\frac{x}{2a}\cos x$

(D) $-\frac{x}{2a}\cos ax$

91. द्विरैखिक रूपान्तरण $w=\frac{z-1}{z+1}$ के निश्चर बिंदू एवं सामान्य रूप है

(A) निश्चर बिंदू $z=\pm i$ एवं सामान्य रूप दिर्घवृत्तीय है

(B) निश्चर बिंदू $z=\pm i$ एवं सामान्य रूप परवलयिक है

(C) निश्चर बिंदू $z=0$ एवं सामान्य रूप दिर्घवृत्तीय है

(D) निश्चर बिंदू $z=0$ एवं सामान्य रूप परवलयिक है

92. वह द्विरैखिक रूपांतरण जो बिंदुओं $z_1=2, z_2=i$ एवं $z_3=-2$ को क्रमश: बिंदुओं $w_1=1, w_2=i$ एवं $w_3=-1$ में प्रतिचित्रित करता है ; होगा

(A) $w=\frac{(3z+2i)}{iz+6}$

(B) $w=0$

(C) $w=iz$

(D) $w=z^2/2$

93. $f(z)=\frac{1}{z(z^2+3)(z^2+2)^3}$ के ध्रुवों की संख्या, वृत्त $|z|=1$ के अंदर होती है ।

(A) 1

(B) 2

(C) 5

(D) 9

86. Solution of the differential equation $x\frac{dy}{dx} + y = xy^3$ is

(A) $(2 + cx)xy^2 = 1$

(B) $(3 + x)xy^2 = 4$

(C) $(3 + x)x^2y = 1$

(D) $(2 + cx)x^2y = 1$

87. The general solution of the differential equation $y = px + \frac{a}{p}$ is

(A) $y = cx + \frac{a}{c}$

(B) $y = \frac{x}{c} - a$

(C) $y = cx + ac^2$

(D) None of these

88. The orthogonal trajectories of the family of curves $ax^2 + y^2 = 1$ is

(A) $y = ce^{(x+y)}$

(B) $y = ce^{\left(x^2 - y^2\right)}$

(C) $y^2 = ce^{\left(x^2 - y^2\right)}$

(D) $y^2 = ce^{\left(x^2 + y^2\right)}$

89. The particular integral of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y - 25e^{2x} = 0$ is

(A) $2e^{2x}$

(B) $\frac{2}{3}e^{2x}$

(C) e^{2x}

(D) $\frac{3}{2}e^{x}$

90. Particular integral of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sin ax$ is

(A) $\frac{x}{2a}\cos ax$

(B) $\frac{x}{2a}\sin ax$

(C) $-\frac{x}{2a}\cos x$

(D) $-\frac{x}{2a}\cos ax$

91. The Fixed points and the normal form of the Bilinear transformation $w = \frac{z-1}{z+1}$ are

(A) Fixed points $z = \pm i$ and normal form is elliptic

(B) Fixed points $z = \pm i$ and normal form is parabolic

(C) Fixed points $z = 0$ and normal form is elliptic

(D) Fixed points $z = 0$ and normal form is parabolic

92. The Bilinear transformation which maps the points $z_1 = 2$, $z_2 = i$ and $z_3 = -2$ into the points $w_1 = 1$, $w_2 = i$ and $w_3 = -1$ respectively, is

(A) $w = \frac{(3z + 2i)}{iz + 6}$

(B) $w = 0$

(C) $w = iz$

(D) $w = z^2/2$

93. The number of poles of $f(z) = \frac{1}{z(z^2+3)(z^2+2)^3}$ inside circle $|z| = 1$ are

(A) 1

(B) 2

(C) 5

(D) 9

94. $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\theta}{5+4\cos\theta}\, d\theta$ का मान है

(A) $\frac{\pi}{4}$

(B) 2π

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) 6π

95. यदि $z = a$ एक विश्लेषणात्मक फलन $f(z)$ का कोटी m का एक ध्रुव हो, तब $\frac{1}{f(z)}$ कोटी m का एक _____ a पर रखता है ।

(A) शून्य

(B) ध्रुव

(C) विचित्रतता

(D) इनमें से कोई नहीं

96. यदि कोई आव्यूह एक विकर्ण आव्यूह के लम्बिक समरूप हो, तो यह होगा

(A) सममित

(B) विषम-सममित

(C) हर्मिटीयन

(D) विषम-हर्मिटीयन

97. निम्न मे से कौन-सा गलत है ?

(A) कोटि $m \times n$ के दो आव्यूह A तथा B समरूप होंगे यदि दो व्युत्क्रमणीय आव्यूहों P कोटि n तथा Q कोटि m का अस्तित्व इस प्रकार हो कि $B = PAQ$

(B) समरूपता तुल्यता की एक विशेष स्थिति है

(C) तुल्य आव्यूह समान रैखिक रूपान्तरों को निरूपित करते हैं

(D) एक प्रगुण एक समरूपता अपरिवर्तनीय कहलाता है यदि यह सभी समरूप आव्यूहों के लिए हो

98. यदि एक रैखिक रूपान्तरण $T : R^3 \to R^3$ इस प्रकार परिभाषित है कि $T(1, 0, 0) = (1, 2)$; $T(0, 1, 0) = (1, -1)$ एवं $T(0, 0, 1) = (1, 1)$ हो, तो रूपांतरण की कोटि एवं शून्यता है

(A) कोटि = 1, शून्यता = 2

(B) कोटि = 2, शून्यता = 1

(C) कोटि = 3, शून्यता = 0

(D) कोटि = 3, शून्यता = 3

99. क्षेत्र F पर वर्ग आव्यूह को विकर्णनीय कहा जाता है यदि किसी व्युत्क्रमणीय आव्यूह P का अस्तित्व इस प्रकार हो कि क्षेत्र F पर विकर्ण आव्यूह D के लिए

(A) $D = AP$

(B) $D = P^{-1}AP$

(C) $A = D^{-1}PD$

(D) $P = A^{-1}DA$

100. यदि $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\}$ किसी आन्तरगुणन समष्टि V(F) का एक प्रसामान्य लाम्बिक आधार हो तथा $\beta = \sum_{i=1}^{n} a_i\alpha_i$; तब

(A) $\langle \beta, \alpha_i \rangle = 0$

(B) $\langle \beta, \alpha_i \rangle = 1$

(C) $\langle \beta, \alpha_i \rangle = a_i$

(D) $\langle \beta, \alpha_i \rangle = a_i^2$

101. निम्नलिखित में से कौन एक मानक रैखिक समष्टि स्पेस (नार्म्ड लीनियर स्पेस) नहीं है ?

(A) l_∞, $||x|| = \sup |x_i|$ के साथ

(B) C, $||x|| = \sup |x_i|$ के साथ

(C) C_0, $||x|| = \sup |x_i|$ के साथ

(D) C, $||x|| = \lim_{i\to\infty} |x_i|$ के साथ

94. The value of $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\theta}{5+4\cos\theta}\, d\theta$ is

(A) $\frac{\pi}{4}$

(B) 2π

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) 6π

95. If $z = a$ is a pole of order m of an analytic function $f(z)$ then $\frac{1}{f(z)}$ has a _____ of order m at a.

(A) Zero

(B) Pole

(C) Singularity

(D) None of these

96. If a matrix be orthogonal similar to a diagonal matrix, then it will be

(A) Symmetric

(B) Skew-symmetric

(C) Hermitian

(D) Skew-Hermitian

97. Which of the following is incorrect ?

(A) Two matrices A and B of order $m \times n$ are equivalent if there exists two non-singular matrices, P of order n and Q of order m such that $B = PAQ$

(B) Similarity is a special case of equivalence

(C) Equivalent matrices represent the same linear transformation

(D) A property is said to be a similarity invariant if it holds for all similar matrices

98. If a linear transformation $T : R^3 \to R^3$ is defined as $T(1, 0, 0) = (1, 2)$; $T(0, 1, 0) = (1, -1)$ and $T(0, 0, 1) = (1, 1)$, then the rank and nullity of the transformation are

(A) Rank = 1, Nullity = 2

(B) Rank = 2, Nullity = 1

(C) Rank = 3, Nullity = 0

(D) Rank = 3, Nullity = 3

99. Square matrix A on a field F is called diagonalizable if there exists an invertible matrix P such that for a diagonal matrix D on field F

(A) $D = AP$

(B) $D = P^{-1}AP$

(C) $A = D^{-1}PD$

(D) $P = A^{-1}DA$

100. If $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n\}$ is an orthonormal basis of an inner product space V(F) and $\beta = \sum_{i=1}^{n} a_i\alpha_i$; then

(A) $\langle \beta, \alpha_i \rangle = 0$

(B) $\langle \beta, \alpha_i \rangle = 1$

(C) $\langle \beta, \alpha_i \rangle = a_i$

(D) $\langle \beta, \alpha_i \rangle = a_i^2$

101. Which of the following is **not** a normed linear space ?

(A) l_∞, with $||x|| = \sup |x_i|$

(B) C, with $||x|| = \sup |x_i|$

(C) C_0, with $||x|| = \sup |x_i|$

(D) C, with $||x|| = \lim_{i \to \infty} |x_i|$

102. कथनों को विचार करें :

a. प्रत्येक परिमित आयामी नार्म्ड लीनियर स्पेस, बनाक स्पेस है ।

b. प्रत्येक बनाक स्पेस एक परिमित आयामी नार्म्ड लीनियर स्पेस है ।

(A) केवल (a) सत्य है

(B) केवल (b) सत्य है

(C) (a) और (b) दोनों सत्य हैं

(D) न तो (a) और न ही (b) सत्य है

103. माना $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ और $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ अदिशों (वास्तविक या कॉम्प्लेक्स) के n टपल (tuple) हैं और मानक निम्न प्रकार परिभाषित हो

$$\|x\| = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

तब Cauchy's असमिका (inequality) बताएँ ।

(A) $\sum_{i=1}^{n} |x_i y_i| \geq \|x\| \|y\|$

(B) $\sum_{i=1}^{n} |x_i y_i| \leq \|x\| \|y\|$

(C) $\sum_{i=1}^{n} |x_i y_i| \leq \|x + y\|$

(D) $\sum_{i=1}^{n} |x_i y_i| \leq \|x - y\|$

104. माना N और N' मानक रैखिक समष्टियाँ हैं । यदि $T : N \to N'$ एक परिबद्ध रैखिक आपरेटर है, तब

(A) $\|Tx\| \leq \|T\| \|x\|$

(B) $\|T\| \|x\| \leq \|Tx\|$

(C) $\|Tx\| \leq \frac{\|T\|}{\|x\|}$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

105. $(C_0, \| \|_\infty)$ का द्वैत समष्टि (ड्यूअल स्पेस) है

(A) $(C_0, \| \|_1)$

(B) $(C_0, \| \|_\infty)$

(C) $(l_1, \| \|_1)$

(D) $(l_\infty, \| \|_\infty)$

106. जब हम अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$ को प्राचल विचरण विधि से हल करते हैं, तब इसका रान्सकियन (Wronskian) W =

(A) cos ax

(B) sin ax

(C) a

(D) $\frac{1}{a^2} \log(\cos ax)$

107. निम्नलिखित में से कौन-सा कथन लीजेन्ड्रे बहुपद के लिए सत्य है ?

(A) $p_0(x) = 1; p_1(x) = x$ एवं $p_2(x) = 3x^2 - 1$

(B) $p_0(x) = 1; p_1(x) = x$ एवं $p_2(x) = \frac{3x^2 - 1}{2}$

(C) $p_0(x) = 1; p_1(x) = 2x$ एवं $p_2(x) = 2x^2 - 1$

(D) $p_0(x) = 1; p_1(x) = 2x$ एवं $p_2(x) = \frac{2x^2 - 1}{2}$

102. Consider the statements :

a. Every finite dimensional normed linear space is a Banach space.

b. Every Banach space is a finite dimensional normed linear space.

(A) Only (a) is true

(B) Only (b) is true

(C) Both (a) and (b) are true

(D) Neither (a) nor (b) is true

103. Let $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ and $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ be n-tuples of scalars (real or complex) and define the norm by

$$\|x\| = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Then Cauchy's inequality is

(A) $\sum_{i=1}^{n} |x_i y_i| \geq \|x\| \, \|y\|$

(B) $\sum_{i=1}^{n} |x_i y_i| \leq \|x\| \, \|y\|$

(C) $\sum_{i=1}^{n} |x_i y_i| \leq \|x + y\|$

(D) $\sum_{i=1}^{n} |x_i y_i| \leq \|x - y\|$

104. Let N and N′ be normed linear spaces. If $T : N \to N'$ is a bounded linear operator, then

(A) $||Tx|| \leq ||T|| \, ||x||$

(B) $||T|| \, ||x|| \leq ||Tx||$

(C) $\|Tx\| \leq \dfrac{\|T\|}{\|x\|}$

(D) None of the above

105. Dual space of $(C_0, \| \|_\infty)$ is

(A) $(C_0, \| \|_1)$

(B) $(C_0, \| \|_\infty)$

(C) $(l_1, \| \|_1)$

(D) $(l_\infty, \| \|_\infty)$

106. When we solve the differential equation $\dfrac{d^2y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$ by the method of variation of parameters, then its Wronskian =

(A) cos ax

(B) sin ax

(C) a

(D) $\dfrac{1}{a^2} \log(\cos ax)$

107. Which of the following statement is true for Legendre polynomial ?

(A) $p_0(x) = 1; p_1(x) = x$ and $p_2(x) = 3x^2 - 1$

(B) $p_0(x) = 1; p_1(x) = x$ and $p_2(x) = \dfrac{3x^2 - 1}{2}$

(C) $p_0(x) = 1; p_1(x) = 2x$ and $p_2(x) = 2x^2 - 1$

(D) $p_0(x) = 1; p_1(x) = 2x$ and $p_2(x) = \dfrac{2x^2 - 1}{2}$

108. लॉप्लास रूपान्तरण $L\{t^2 \cdot \cos at\}$ का मान है

(A) $\frac{2p(p^2-3a^2)}{(p^2+a^2)^3}$

(B) $\frac{3p(p^2-2a^2)}{(p^2+a^2)^3}$

(C) $\frac{(p^2+a^2)}{3p(p^2-2a^2)}$

(D) इनमें से कोई नहीं

109. यदि $F(t) = L^{-1}\{f(s)\}$, तब $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2-8s+17}\right\}$ बराबर है

(A) e^{4t}

(B) $\sin 4t$

(C) $e^{4t}\sin t$

(D) $e^{t}\sin 4t$

110. आंशिक अवकल समीकरण $x^2p + y^2q = z + 2$ का व्यापक हल है

(A) $\phi\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}, \frac{1}{y}-\frac{1}{z}\right)=0$

(B) $\phi\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}, \frac{1}{y}+\log(z+2)\right)=0$

(C) $\phi\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}, \frac{1}{y}-\frac{1}{z+2}\right)=0$

(D) $\phi\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}, \frac{1}{y}-\log(z+2)\right)=0$

111. समीकरण $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right)=\frac{\pi}{3}$ को सन्तुष्ट करने वाले सम्मिश्र संख्या z का बिन्दुपथ है

(A) सरल रेखा

(B) वृत्त

(C) परवलय

(D) अतिपरवलय

112. घात श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{(2^n+1)}$ की अभिसरण त्रिज्या है

(A) 2

(B) 1

(C) 0

(D) ∞

113. फलन $u(x, y)=\frac{1}{2}\log(x^2+y^2)$ का संयुग्म प्रसंवादी फलन है

(A) $\tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)+c$

(B) $\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)+c$

(C) $\log(x^2+y^2)+c$

(D) विद्यमान नहीं है

114. z के किस मान के लिए फलन $w = f(z) = \frac{1+z}{1-z}$ गैर विश्लेषणात्मक होता है ?

(A) ∞

(B) -1

(C) 1

(D) 0

115. यदि $u = e^x(x\cos y - y\sin y)$, तब विश्लेषणात्मक फलन $w = u + iv$ होगा

(A) $z^2e^z + c$

(B) $e^z + c$

(C) $ze^z + c$

(D) $z^3e^z + c$

108. The value of Laplace transform $L\{t^2 \cdot \cos at\}$ is

(A) $\frac{2p(p^2 - 3a^2)}{(p^2 + a^2)^3}$

(B) $\frac{3p(p^2 - 2a^2)}{(p^2 + a^2)^3}$

(C) $\frac{(p^2 + a^2)}{3p(p^2 - 2a^2)}$

(D) None of these

109. If $F(t) = L^{-1}\{f(s)\}$, then $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2 - 8s + 17}\right\}$ is equal to

(A) e^{4t}

(B) $\sin 4t$

(C) $e^{4t} \sin t$

(D) $e^t \sin 4t$

110. The general solution of the partial differential equation $x^2p + y^2q = z + 2$ is

(A) $\phi\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \frac{1}{y} - \frac{1}{z}\right) = 0$

(B) $\phi\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \frac{1}{y} + \log(z+2)\right) = 0$

(C) $\phi\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \frac{1}{y} - \frac{1}{z+2}\right) = 0$

(D) $\phi\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \frac{1}{y} - \log(z+2)\right) = 0$

111. The Locus of the complex number z satisfying the equation $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{3}$ is a

(A) Straight line

(B) Circle

(C) Parabola

(D) Hyperbola

112. The Radius of convergence for the power series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{(2^n + 1)}$ is

(A) 2

(B) 1

(C) 0

(D) ∞

113. The conjugate harmonic function of the function $u(x, y) = \frac{1}{2}\log(x^2 + y^2)$ is

(A) $\tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) + c$

(B) $\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + c$

(C) $\log(x^2 + y^2) + c$

(D) Does not exist

114. The function $w = f(z) = \frac{1+z}{1-z}$ is non-analytic at z equal to

(A) ∞

(B) -1

(C) 1

(D) 0

115. If $u = e^x(x\cos y - y\sin y)$, then analytic function $w = u + iv$ shall be

(A) $z^2 e^z + c$

(B) $e^z + c$

(C) $ze^z + c$

(D) $z^3 e^z + c$

116. एक समुच्चय $A = \{1, 2\}$ से सम्बन्धित कुछ कथन नीचे दिये गये है :

I. $\{2\} \subset A$

II. $\{2\} \in A$

III. $\phi \in A$

IV. $1 \in A$

V. $2 \subset A$

VI. $\{1\} \in A$

VII. $\phi \subset A$

(A) केवल I, IV तथा VII सत्य है

(B) केवल II, IV तथा VI सत्य है

(C) केवल I, III तथा VII सत्य है

(D) केवल II, IV तथा V सत्य है

117. माना A प्रथम दस प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है तथा $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ तथा $2x + y = 10\}$, A पर एक सम्बन्ध है । R^{-1} का प्रान्त है

(A) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

(B) $\{0, 2, 4, 6, 8\}$

(C) $\{1, 2, 3, 4\}$

(D) $\{2, 4, 6, 8\}$

118. जब योगफल $S = \lfloor 1 + \lfloor 2 + \lfloor 3 + \ldots + \lfloor 1000$ को 8 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल है

(A) 7

(B) 1

(C) 3

(D) 0

119. निम्न में से कौन-सा समूह क्रम-विनिमेयी नहीं है ?

(A) $(\{1, -1, i, -i\}, .)$ जहाँ "." गुणन संक्रिया को निरूपित करता है

(B) (धनात्मक परिमेय संख्याओं का समुच्चय $Q^+, *$), जहाँ "*" परिभाषित है $a * b = \frac{ab}{2} \forall a, b \in Q^+$ से

(C) $(Z_5 = \{0,1, 2, 3, 4\}, +_5)$, जहाँ "$+_5$" परिभाषित है

$$a +_5 b = \begin{cases} a+b & , \text{ यदि } a+b < 5 \\ a+b-5 & , \text{ यदि } a+b \geq 5 \end{cases}$$

$\forall a, b \in Z_5$

(D) $(G = \{(a, b) : a, b \in R, a \neq 0\}, 0)$, जहाँ "0" परिभाषित है (a, b) o $(c, d) = (ac, bc + d) \forall (a, b), (c, d) \in G$

120. यदि एक समूह G में, $a^5 = e$ तथा $aba^{-1} = b^2$ $\forall a, b \in G$ तथा $b \neq e$, तो b की कोटि है

(A) 25

(B) 1

(C) 24

(D) 31

121. आंशिक अवकल समीकरण $(xy - zx)p + (yz - xy)q = (xz - yz)$ का व्यापक हल है

(A) $f(x^2 + y^2 + z^2) = xyz$

(B) $f(x + y + z, xyz) = 0$

(C) $f(x^2 + y^2 + z^2, x + y + z) = 0$

(D) $f\{(x-y)(y-z)(z-x), x + y + z\} = 0$

116. With reference to a set $A = \{1, 2\}$, some statements are given below :

I. $\{2\} \subset A$

II. $\{2\} \in A$

III. $\phi \in A$

IV. $1 \in A$

V. $2 \subset A$

VI. $\{1\} \in A$

VII. $\phi \subset A$

(A) Only I, IV and VII are true

(B) Only II, IV and VI are true

(C) Only I, III and VII are true

(D) Only II, IV and V are true

117. Let A be a set of first ten natural numbers and let $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ and } 2x + y = 10\}$ be a relation on A. The domain of R^{-1} is

(A) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

(B) $\{0, 2, 4, 6, 8\}$

(C) $\{1, 2, 3, 4\}$

(D) $\{2, 4, 6, 8\}$

118. When the sum $S = \lfloor 1 + \lfloor 2 + \lfloor 3 + \ldots + \lfloor 1000$ is divided by 8, the remainder is

(A) 7

(B) 1

(C) 3

(D) 0

119. Which of the following group is **not** commutative ?

(A) $(\{1, -1, i, -i\}, .)$, where "." represents multiplication operation

(B) (set of all positive rational numbers Q^+, $*$), where "$*$" is defined as $a * b = \frac{ab}{2} \forall a, b \in Q^+$

(C) $(Z_5 = \{0, 1, 2, 3, 4\}, +_5)$, where "$+_5$" is defined as

$$a +_5 b = \begin{cases} a + b & , \text{ if } a + b < 5 \\ a + b - 5 & , \text{ if } a + b \geq 5 \end{cases}$$

$\forall a, b \in Z_5$

(D) $(G = \{(a, b) : a, b \in R, a \neq 0\}, 0)$, where "0" is defined as $(a, b) \circ (c, d) = (ac, bc + d) \forall (a, b), (c, d) \in G$

120. If in a group G, $a^5 = e$ and $aba^{-1} = b^2$ $\forall a, b \in G$ and $b \neq e$, then the order of b is

(A) 25

(B) 1

(C) 24

(D) 31

121. The general solution of the partial differential equation $(xy - zx)p + (yz - xy)q = (xz - yz)$ is

(A) $f(x^2 + y^2 + z^2) = xyz$

(B) $f(x + y + z, xyz) = 0$

(C) $f(x^2 + y^2 + z^2, x + y + z) = 0$

(D) $f\{(x - y)(y - z)(z - x), x + y + z\} = 0$

122. आंशिक अवकल समीकरण $px + qy = pq$ के लिए चारपीट का सहायक समीकरण हैं

(A) $\frac{dp}{p} = \frac{dq}{q} = \frac{dz}{pq}$

(B) $\frac{dp}{p} = \frac{dq}{q} = \frac{dz}{-(px+qy)+2pq} = \frac{dx}{q-x} = \frac{dy}{p-y} = \frac{dF}{O}$

(C) $\frac{dp}{p} = \frac{dq}{q} = \frac{dz}{px+qy-2pq} = \frac{dx}{q-x} = \frac{dy}{p-y} = \frac{dF}{O}$

(D) $\frac{dx}{p} = \frac{dy}{q} = \frac{dz}{pq}$

123. समीकरण $u_{xx} + u_{yy} = u_{zz}$ का प्रकार है

(A) वृत्तीय

(B) दीर्घवृत्तीय

(C) परवलयिक

(D) अतिपरवलयिक

124. आंशिक अवकल समीकरण $(D^2 - DD' + D' - 1)z = \sin xy$, के लिए पूरक फलन हैं

(A) $e^x\phi_1(y) + e^{-2x}\phi_2(y-x)$

(B) $e^{-x}\phi_1(y) - e^{2x}\phi_2(y+x)$

(C) $e^x\phi_1(y) + e^{-x}\phi_2(y+x)$

(D) $e^x\phi_1(y) + e^{-x}\phi_2(y+2x)$

125. निम्नलिखित जोड़ियों में से कौन-सा सही है ?

1.	लॉप्लास समीकरण	a.	$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$
2.	उष्मा समीकरण	b.	$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$
3.	तरंग समीकरण	c.	$\nabla^2 u = 0$

(A) 1 – c, 2 – a, 3 – b

(B) 1 – c, 2 – b, 3 – a

(C) 1 – a, 2 – b, 3 – c

(D) 1 – b, 2 – c, 3 – a

126. यदि $\{y_1, y_2\}$ रैखिक स्वतंत्र है, तब इसका रॉन्स्कियन होगा

(A) $W(x) = 0$

(B) $W(x) \neq 0$

(C) $W(x) > 0$

(D) $W(x) < 0$

127. यदि W एक परिमित विमीय सदिश समष्टि V(F) की एक उपसमष्टि हो, तब

(A) $\dim\frac{V}{W} = \dim V$

(B) $\dim\frac{V}{W} = \dim V - \dim W$

(C) $\dim\frac{V}{W} = \dim W$

(D) $\dim\frac{V}{W} = \dim V + \dim W$

128. यदि क्षेत्र F पर V(F) एक परिमित विमीय सदिश समष्टि हो और S एवं T इसकी दो उपसमष्टियाँ हो, तो $\dim(S + T)$ बराबर है

(A) $\dim S + \dim T - \dim (S \cap T)$

(B) $\dim S + \dim T$

(C) $\dim (S \cup T) - [\dim S + \dim T]$

(D) $\dim (S \cup T) - \dim (S \cap T)$

122. Charpits auxiliary equation for the partial differential equation $px + qy = pq$ is

(A) $\frac{dp}{p} = \frac{dq}{q} = \frac{dz}{pq}$

(B) $\frac{dp}{p} = \frac{dq}{q} = \frac{dz}{-(px+qy)+2pq} = \frac{dx}{q-x} = \frac{dy}{p-y} = \frac{dF}{O}$

(C) $\frac{dp}{p} = \frac{dq}{q} = \frac{dz}{px+qy-2pq} = \frac{dx}{q-x} = \frac{dy}{p-y} = \frac{dF}{O}$

(D) $\frac{dx}{p} = \frac{dy}{q} = \frac{dz}{pq}$

123. Equation $u_{xx} + u_{yy} = u_{zz}$ is of the type

(A) Circular

(B) Elliptic

(C) Parabolic

(D) Hyperbolic

124. Complementary function for the partial differential equation $(D^2 - DD' + D' - 1)z = \sin xy$ is

(A) $e^{x}\phi_1(y) + e^{-2x}\phi_2(y-x)$

(B) $e^{-x}\phi_1(y) - e^{2x}\phi_2(y+x)$

(C) $e^{x}\phi_1(y) + e^{-x}\phi_2(y+x)$

(D) $e^{x}\phi_1(y) + e^{-x}\phi_2(y+2x)$

125. Which of the following pairs are correct ?

1. Laplace equation	a. $\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$
2. Heat equation	b. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$
3. Wave equation	c. $\nabla^2 u = 0$

(A) 1 – c, 2 – a, 3 – b

(B) 1 – c, 2 – b, 3 – a

(C) 1 – a, 2 – b, 3 – c

(D) 1 – b, 2 – c, 3 – a

126. If $\{y_1, y_2\}$ is linearly independent, then its Wronskian will be

(A) $W(x) = 0$

(B) $W(x) \neq 0$

(C) $W(x) > 0$

(D) $W(x) < 0$

127. If W is a subspace of a finite dimensional vector space V(F), then

(A) $\dim \frac{V}{W} = \dim V$

(B) $\dim \frac{V}{W} = \dim V - \dim W$

(C) $\dim \frac{V}{W} = \dim W$

(D) $\dim \frac{V}{W} = \dim V + \dim W$

128. If V(F) be a finite dimensional vector space over a field F and S and T be its two subspaces, then dim (S + T) is equal

(A) dim S + dim T – dim (S ∩ T)

(B) dim S + dim T

(C) dim (S ∪ T) – [dim S + dim T]

(D) dim (S ∪ T) – dim (S ∩ T)

129. माना $T : V_2(F) \to V_2(F)$ एक रैखिक रूपान्तरण है, जो $T(a, b) = (a, 0)$ द्वारा परिभाषित है तथा $B = \{\alpha_1, \alpha_2\}$, $V_2(F)$ का मानक आधार है । तब $[T]_B =$

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

130. माना V(F) और U(F) क्षेत्र F पर सदिश समष्टि है । माना अष्टि K के साथ $T : V \to U$, V से U पर एक रैखिक रूपान्तरण है, तब

(A) $\frac{U}{V} \cong K$

(B) $\frac{U}{K} \cong V$

(C) $\frac{V}{K} \cong U$

(D) $\frac{V}{U} \cong K$

131. निम्न में से कौन-सी हार्डी-रामानुजन संख्या है ?

(A) 1728

(B) 1729

(C) 129

(D) 728

132. वैदिक गणित में सूत्रों एवं उपसूत्रों की संख्या है

(A) 16 सूत्र एवं 13 उपसूत्र

(B) 13 सूत्र एवं 16 उपसूत्र

(C) 16 सूत्र एवं 10 उपसूत्र

(D) 16 सूत्र एवं 20 उपसूत्र

133. चक्रीय चतुर्भुज के क्षेत्रफल को ज्ञात करने का सूत्र देने वाले प्रथम गणितज्ञ का नाम है

(A) आर्यभट्ट – I (AD 476)

(B) भास्कर – II (AD 1150)

(C) ब्रह्मगुप्त (AD 628)

(D) इनमें से कोई नहीं

134. n घात के विभिन्न बूलीयन फलनों की संख्या है

(A) $2n$

(B) 2^{2n}

(C) 2^n

(D) 2^{2^n}

135. वह विवृत्त गमन जिसमें एक से अधिक बार शीर्ष प्रकट नहीं होता है

(A) पथ

(B) ट्रेल

(C) परिपथ

(D) इनमें से कोई नहीं

136. $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=3} \frac{e^z}{z-2} dz$ का मान है

(A) 0

(B) 1

(C) e^2

(D) e^3

129. Let $T : V_2(F) \to V_2(F)$ be a linear transformation defined by $T(a, b) = (a, 0)$ and $B = \{\alpha_1, \alpha_2\}$ be the standard basis for $V_2(F)$. Then $[T]_B =$

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

130. Let V(F) and U(F) be vector spaces over the field F, let $T : V \to U$ be a linear transformation from V on to U, with Kernel K, then

(A) $\frac{U}{V} \cong K$

(B) $\frac{U}{K} \cong V$

(C) $\frac{V}{K} \cong U$

(D) $\frac{V}{U} \cong K$

131. Which of the following numbers is Hardy-Ramanujan number ?

(A) 1728

(B) 1729

(C) 129

(D) 728

132. The numbers of sutras and subsutras in Vedic Mathematics are

(A) 16 sutras and 13 subsutras

(B) 13 sutras and 16 subsutras

(C) 16 sutras and 10 subsutras

(D) 16 sutras and 20 subsutras

133. Name of the first Mathematician who provided the formula to find the area of a cyclic quadrilateral is

(A) Aryabhatta – I (AD 476)

(B) Bhaskar – II (AD 1150)

(C) Brahmagupta (AD 628)

(D) None of these

134. The numbers of different Boolean functions of degree n are

(A) 2n

(B) 2^{2n}

(C) 2^n

(D) 2^{2^n}

135. An open walk in which no vertex appears more than once is

(A) Path

(B) Trail

(C) Circuit

(D) None of these

136. The value of $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=3} \frac{e^z}{z-2} dz$ is

(A) 0

(B) 1

(C) e^2

(D) e^3

137. यदि फलन $f(z)=\frac{1}{(z-1)(z-3)}$ का टेलर प्रसार क्षेत्र $0<|z|<1$ के मान्य है

(A) $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^{n+1}}\right)z^n$

(B) $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{3^{n+1}}\right)z^n$

(C) $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(1-\frac{1}{3^{n+1}}\right)z^n$

(D) $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(1+\frac{1}{3^{n+1}}\right)z^n$

138. एक प्रमेय का कथन "यदि z के प्रत्येक मान के लिए फलन f(z) एक सर्वत्र विश्लेषिक फलन हो तथा परिबद्ध हो, तो फलन अचर होगा ।" यह प्रमेय है

(A) महत्तम मापांक प्रमेय
(B) ल्यूविली प्रमेय
(C) मोरेरा प्रमेय
(D) इनमें से कोई नहीं

139. लॉरेन्ट श्रेणी में $f(z)=\frac{1}{(z+1)(z+3)}$ के विस्तार के लिए जो क्षेत्र $0<|z+1|<2$ में वैध हो, है

(A) $\frac{1}{2(z+1)}-\frac{1}{4}+\frac{(z+1)}{8}-\frac{(z+1)^2}{16}+\ldots$

(B) $\frac{1}{(z+1)}-\frac{1}{4}+\frac{(z+1)}{8}-\frac{(z+1)^2}{16}+\ldots$

(C) $\frac{1}{2(z+1)}+\frac{1}{4}+\frac{(z+1)}{8}+\frac{(z+1)^2}{16}+\ldots$

(D) $\frac{1}{z+1}-\frac{1}{4}-\frac{(z+1)}{8}-\frac{(z+1)^2}{16}-\ldots$

140. किस प्रतिचित्रण $w=$_____ के अंतर्गत, z-समतल में x-अक्ष के समांतर रेषाएँ जगत होती है w-समतल में त्रिज्या रेषाओं के

(A) e^{z+4}
(B) e^{z}
(C) e^{z-4}
(D) e^{4z}

141. यदि PID, ED तथा UFD क्रमशः मुख्य गुणजावली प्रान्त, यूक्लिडीय प्रान्त तथा अद्वितीय गुणनखण्ड प्रान्त के समस्त समुच्चयों को निरूपित करते हैं, तो निम्न में से कौन-सा सत्य है ?

(A) $UFD \subset ED \subset PID$
(B) $PID \subset ED \subset UFD$
(C) $ED \subset PID \subset UFD$
(D) $PID \subset UFD \subset ED$

142. निम्न में से कौन-सा पूर्णांकीय प्रान्त नहीं है ?

(A) $(Q, +, .)$
(B) $(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, +_6, \cdot_6)$
(C) a/p^n प्रकार की परिमेय संख्याओं का वलय जहाँ p एक नियत अभाज्य संख्या, a कोई भी पूर्णांक तथा n कोई पूर्णांक ≥ 0 है
(D) गाउसीय पूर्णांकों J[i] का समुच्चय, सम्मिश्र संख्याओं के साधारण योग एवं गुणन के अन्तर्गत

143. निम्न में से कौन-सा कथन गलत है ?

(A) यदि R एक वलय है, तो R[x] भी एक वलय है ।
(B) यदि D एक पूर्णांकीय प्रान्त है, तो D[x] भी पूर्णांकीय प्रान्त है ।
(C) यदि F एक क्षेत्र है, तो F[x] भी एक क्षेत्र है ।
(D) यदि F एक क्षेत्र है, तो F[x] एक मुख्य गुणजावली वलय है ।

137. The Taylor expansion of the function $f(z)=\frac{1}{(z-1)(z-3)}$ valid in the region $0<|z|<1$ is

(A) $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^{n+1}}\right)z^n$

(B) $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{3^{n+1}}\right)z^n$

(C) $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(1-\frac{1}{3^{n+1}}\right)z^n$

(D) $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(1+\frac{1}{3^{n+1}}\right)z^n$

138. A theorem states that "If a function f(z) is entire function for all finite values of z and is bounded then it is a constant function".

(A) Maximum Modulus theorem
(B) Liouville's theorem
(C) Morera's theorem
(D) None of these

139. Expansion of $f(z)=\frac{1}{(z+1)(z+3)}$ in a Laurent series valid for the region $0<|z+1|<2$ is

(A) $\frac{1}{2(z+1)}-\frac{1}{4}+\frac{(z+1)}{8}-\frac{(z+1)^2}{16}+\ldots$

(B) $\frac{1}{(z+1)}-\frac{1}{4}+\frac{(z+1)}{8}-\frac{(z+1)^2}{16}+\ldots$

(C) $\frac{1}{2(z+1)}+\frac{1}{4}+\frac{(z+1)}{8}+\frac{(z+1)^2}{16}+\ldots$

(D) $\frac{1}{z+1}-\frac{1}{4}-\frac{(z+1)}{8}-\frac{(z+1)^2}{16}-\ldots$

140. Under the transformation w = _____, the lines parallel to the x-axis in the z-plane correspond to the radial lines in the w-plane.

(A) e^{z+4}
(B) e^{z}
(C) e^{z-4}
(D) e^{4z}

141. If PID, ED and UFD denote the set of all Principal Ideal Domain, Euclidean Domain and Unique Factorization Domain respectively, then which of the following is true ?

(A) UFD $\subset$ ED $\subset$ PID
(B) PID $\subset$ ED $\subset$ UFD
(C) ED $\subset$ PID $\subset$ UFD
(D) PID $\subset$ UFD $\subset$ ED

142. Which of the following is **not** an integral domain ?

(A) (Q, +, .)
(B) $(\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, +_6, \cdot_6)$
(C) The ring of rational numbers of the type a/p^n, where p is a fixed prime, a any integer and n any integer ≥ 0
(D) The set of all Gaussian integers J[i] under ordinary addition and multiplication of complex numbers

143. Which of the following statement is wrong ?

(A) If R is a ring, then R[x] is also a ring.
(B) If D is an integral domain, then D[x] is also an integral domain.
(C) If F is a field, then F[x] is also a field.
(D) If F is a field, then F[x] is a principal ideal ring.

144. दिया है I पूर्णांकों का एक वलय है तथा अद्वितीय गुणनखण्ड प्रान्त है । निम्न में से कौन-सा कथन गलत है ?

(A) $x^2 + 1 \in I[x]$ अखंडनीय तथा पूर्वग है

(B) $x^2 + 5x + 6 \in I[x]$ पूर्वग और अखंडनीय है

(C) $3 \in I[x]$ अखंडनीय है परन्तु पूर्वग नहीं है

(D) $3x^3 - 5x^2 + 7 \in I[x]$ अखंडनीय है तथा यह पूर्वग है

145. यदि क्षेत्र $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$, Q का परिमित विस्तार है, तो $[Q(\sqrt{2}, \sqrt{3}) : Q]$ बराबर है

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 8

146. यदि G, n शीर्षों, e कोरों तथा r क्षेत्रों सहित एक सम्बद्ध समतलीय आलेख है, तो $n - e + r$ का मान है

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

147. यदि λ एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह का एक आइगेन मान है, तो λ^{-1} निम्न का आइगेन मान है

(A) A

(B) Adj A

(C) A^T

(D) A^{-1}

148. λ के किस मान के लिए आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & \lambda & 7 \\ 3 & 6 & 10 \end{bmatrix}$ की श्रेणी (rank) 2 है ?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

149. यदि आव्यूह $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक मानों का योग 5 हों, तो λ का मान है

(A) 0

(B) –1

(C) 2

(D) –2

150. कथन $p \vee \sim (p \wedge q)$ है

(A) व्याघात

(B) पुनरुक्ति

(C) (A) तथा (B) दोनों

(D) इनमें से कोई नहीं

144. Given I is a ring of integers and is unique factorization domain. Which of the following statement is wrong ?

(A) $x^2 + 1 \in I[x]$ is irreducible and primitive

(B) $x^2 + 5x + 6 \in I[x]$ is primitive and irreducible

(C) $3 \in I[x]$ is irreducible but it is not primitive

(D) $3x^3 - 5x^2 + 7 \in I[x]$ is irreducible and is primitive

145. If the field $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ is finite extension of Q, then $[Q(\sqrt{2}, \sqrt{3}) : Q]$ is equal to

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 8

146. If G is a connected planar graph with n vertices, e edges and r regions, then the value of $n - e + r$ is

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

147. If λ is an eigen value of a non-singular matrix A, then λ^{-1} is a eigen value of

(A) A

(B) Adj A

(C) A^T

(D) A^{-1}

148. For which value of λ, the rank of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & \lambda & 7 \\ 3 & 6 & 10 \end{bmatrix}$ is 2 ?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

149. If the sum of the eigen values of the matrix $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$ is 5, then the value of λ is

(A) 0

(B) –1

(C) 2

(D) –2

150. The proposition $p \vee \sim (p \wedge q)$ is

(A) Contradiction

(B) Tautology

(C) Both (A) and (B)

(D) None of these

रफ़ कार्य / ROUGH WORK

रफ़ कार्य / ROUGH WORK

रफ़ कार्य / ROUGH WORK

रफ़ कार्य / ROUGH WORK

रफ़ कार्य / ROUGH WORK

SEAL