

[This question paper contains 05 printed pages]

Roll Number: _____

HPAS (Main) Examination-2018

STATISTICS-II

Time: 3 Hours

Maximum Marks: 100

निर्धारित समय : तीन घंटे

अधिकतम अंक: 100

Note:

1. This question paper contains eight questions. Attempt total five questions including question No.1 which is compulsory.
2. Each question carries equal marks. Marks are divided and indicated against each part of the question.
3. Write legibly. Each part of the question must be answered in sequence in the same continuation.
4. If questions are attempted in excess of the prescribed number only questions attempted first up to the prescribed number shall be valued and the remaining answers will be ignored.

ध्यान दें:

1. इस प्रश्न पत्र में आठ प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 1 (जो अनिवार्य है) सहित कुल पांच प्रश्नों के उत्तर लिखिए।
2. प्रत्येक प्रश्न के समान अंक हैं। अंको को प्रश्न के प्रत्येक भाग के विरुद्ध विभाजित और इंगित किया गया है।
3. स्पष्ट रूप से लिखें। प्रश्न के प्रत्येक भाग को उसी क्रम में क्रम से उत्तर दिया जाना चाहिए।
4. यदि प्रश्नों को निर्धारित संख्या से अधिक करने का प्रयास किया जाता है, तो केवल निर्धारित संख्या तक पहले किए गए प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा और शेष उत्तरों को नजरअंदाज किया जाएगा।

1. (a) An urn contains 10 marbles, of which M are white and $10-M$ are black. To test that $M=5$ against the alternative hypothesis $M=6$, one draws 3 marbles from the urn without replacement. The null hypothesis is rejected if the sample contains 2 or 3 white marbles; otherwise it is accepted. Find the size of the test and its power. (08)

एक झोले में 10 पत्थर हैं, जिनमें से M सफेद और $10-M$ काले हैं। वैकल्पिक परिकल्पना $M = 6$ के विरुद्ध $M = 5$ का परीक्षण करने के लिए, बिना किसी प्रतिस्थापन के झोले से 3 पत्थर निकला जाता है। शून्य परिकल्पना को अस्वीकार कर दिया जाता है यदि प्रतिदर्श में 2 या 3 सफेद पत्थर होते हैं; अन्यथा इसे स्वीकार किया जाता है। परीक्षण का आकार और उसकी शक्ति ज्ञात कीजिए।

- (b) A finite population of size 98 is divided into 3 strata. It is given that $N_1 = 2N_2 = 4N_3$ and $S_1 = 2S_2 = 4S_3$. If a sample of size 21 is to be selected from the population, obtain the number of units to be selected from each stratum under Neyman allocation. (06)

आकार 98 की एक परिमित समष्टि को 3 स्तरों में विभाजित किया गया है। यह दिया जाता है कि $N_1 = 2N_2 = 4N_3$ और $S_1 = 2S_2 = 4S_3$ । यदि समष्टि से आकार 21 का एक प्रतिदर्श चुना जाना है, तो नेमन आवंटन के तहत प्रत्येक स्तर से चुनी जाने वाली इकाइयों की संख्या प्राप्त करें।

- (c) Discuss least square principle and its uses. If four pairs of (X,Y) are $(-3,e^3)$, $(-2,e^2)$, $(-1,e^1)$, $(1,e^{-1})$, $(2,e^{-2})$ and $(3,e^{-3})$ then fit regression $Y=ab^X$ and find estimate of Y for $X=4$. (06)

न्यूनतम वर्ग सिद्धांत और इसके उपयोगों का विवरण दीजिये। यदि (X,Y) के चार युग्म $(-3,e^3)$, $(-2,e^2)$, $(-1,e^1)$, $(1,e^{-1})$, $(2,e^{-2})$ और $(3,e^{-3})$ हों तो समाश्रयण $Y=ab^X$ का आसंजन कीजिये और $X=4$ के लिए Y का आकलन कीजिये।

2. (a) Explain the likelihood ratio test and its uses. Let X_1, X_2, \dots, X_n are random samples from the distribution with probability density function

$$f(x, \theta) = \theta e^{-x\theta}; x > 0, \theta > 0.$$

Find UMP test for testing $H_0: \theta = \theta_0$ against $H_1: \theta < \theta_0$. (10)

संभावना अनुपात परीक्षण और इसके उपयोग की व्याख्या करें। मान लें कि X_1, X_2, \dots, X_n प्रायिकता घनत्व फलन

$$f(x, \theta) = \theta e^{-x\theta}; x > 0, \theta > 0.$$

से लिए गये यादृच्छिक प्रतिदर्श हैं। $H_0: \theta = \theta_0$ के विरुद्ध $H_1: \theta < \theta_0$ के परीक्षण के लिए UMP परीक्षण प्राप्त करें।

- (b) Explain multiple regression and its assumptions. Obtain equation of regression plane of X_1 on X_2 and X_3 by the help of least square method. (10)

बहु समाश्रयण और इसके मान्यताओं की व्याख्या करें। न्यूनतम वर्ग विधि का उपयोग करते हुये X_1 पर X_2 और X_3 के समाश्रयण समतल का समीकरण प्राप्त करें।

3. (a) Discuss the differences between parametric and non-parametric tests. Explain median test. Explain the situations when median test is preferred. (10)

पैरामीट्रिक और गैर पैरामीट्रिक परीक्षणों के बीच अंतर पर चर्चा करें। माध्यिका परीक्षण समझाए। उन स्थितियों को समझाएं जब माध्यिका परीक्षण को प्राथमिकता दी जाती है।

- (b) Explain how sequential test procedure differs from the Neyman-Pearson test procedure. Let probability distribution of a random variable X is

$$f(x, \theta) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x} \quad x = 0, 1, 0 < \theta < 1.$$

For testing $H_0: \theta = \theta_0$ against $H_1: \theta = \theta_1$ construct S.P.R.T. and obtain its A.S.N. and O.C. function. (10)

बताएं कि अनुक्रमिक परीक्षण प्रक्रिया नेमैन-पियर्सन परीक्षण प्रक्रिया से कैसे भिन्न होती है।

मान लें कि यादृच्छिक चर X का प्रायिकता घनत्व फलन

$$f(x, \theta) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x} \quad x = 0, 1, 0 < \theta < 1.$$

है। $H_0: \theta = \theta_0$ के विरुद्ध $H_1: \theta = \theta_1$ के परीक्षण के लिये S.P.R.T. का निर्माण कीजिये और इसके A.S.N. तथा O.C. फलन को ज्ञात कीजिये।

4. (a) Define partial correlation. If r_{12} and r_{13} are given, show that r_{23} must lie in the range $r_{12}r_{13} \pm (1 - r_{12}^2 - r_{13}^2 + r_{12}^2 r_{13}^2)^{1/2}$ while it will lie between -1 to $1 - 2k^2$ if $r_{12} = k$ and $r_{13} = -k$. (10)

आंशिक सहसंबंध को परिभाषित कीजिये। यदि r_{12} और r_{13} दिए गये हों तो दिखाइए कि r_{23} का फैलाव निश्चित रूप से $r_{12}r_{13} \pm (1 - r_{12}^2 - r_{13}^2 + r_{12}^2 r_{13}^2)^{1/2}$ के अंदर होगा जबकि यह -1 से $1 - 2k^2$ के बीच होगा यदि $r_{12} = k$ और $r_{13} = -k$ ।

- (b) Explain assumptions of one way classification technique of analysis of variance (ANOVA). Discuss in detail the statistical analysis of one way ANOVA. (10)

प्रसरण विश्लेषण (ANOVA) के एक मार्गीय तकनीक के मान्यताओं का विवरण दीजिये।

एक मार्गीय प्रसरण विश्लेषण ANOVA के सख्यिकीय विश्लेषण का विस्तृत व्याख्या कीजिये।

5. (a) Explain different methods of allocation in stratified random sampling design. Define unbiased estimator of population mean in stratified random sampling and obtain its sampling variance under proportional and Neyman allocation. (10)

स्तरीकृत यादृच्छिक प्रतिचयन प्रारूप में आवंटन के विभिन्न तरीकों को स्पष्ट करें। स्तरीकृत यादृच्छिक प्रतिचयन अंतर्गत समष्टि माध्य का अनभिनत आकलक परिभाषित कीजिये और इसका प्रतिचयन प्रसरण आनुपातिक एवं नेमन आवंटन के अंतर्गत ज्ञात कीजिये।

- (b) Differentiate between ratio and regression method of estimation. Find out the mean square error of linear regression estimator of the population mean and compare it with that of ratio estimator. (10)

अनुमान के अनुपात और प्रतीपगमन विधि के बीच अंतर कीजिये। समष्टि माध्य के रैखिक प्रतीपगमन अनुमानक की औसत वर्ग त्रुटि का पता लगाएं और इसकी तुलना अनुपात अनुमानक के साथ करें।

6. (a) Define linear systematic sampling with $N = nk$ and obtain the expression for the variance of the sample mean. When will this sampling be more advantageous than SRSWOR? (10)

रैखिक क्रमिक प्रतिचयन को $N = nk$ के लिए समझाइये और प्रतिदर्श माध्य के प्रसरण के लिए सूत्र प्राप्त कीजिये। यह प्रतिचयन विधि कब SRSWOR से अधिक उपयोगी होती है ?

- (b) Discuss the lay out and statistical analysis of randomized block design. Let there be only two blocks with k treatments each and \bar{X}_1 and \bar{X}_2 be the average yield of the two blocks respectively. Show that the 'between blocks' sum of squares is given by $\frac{k}{2}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)^2$. (10)

यादृच्छिक ब्लॉक डिजाइन के ले आउट और सांख्यिकीय विश्लेषण की चर्चा करें। मान लें दो ब्लाक है एवं प्रत्येक में उपचारों की संख्या k है और \bar{X}_1 एवं \bar{X}_2 क्रमशः दोनों ब्लाक के औसत उत्पादन हैं। दिखाइए कि 'ब्लॉक के बीच' वर्गों का योग $\frac{k}{2}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)^2$ है।

7. (a) For the following linear regression model

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Given that

$$E(U_i) = 0, \text{Cov}(U_i, U_j) = 0, \quad i \neq j, E(U_i^2) = \sigma^2.$$

Obtain least square estimate of parameters of the model and check their unbiased property. (10)

निम्नलिखित रैखिक समाश्रयण माडल

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + U_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

के लिए दिया है कि

$$E(U_i) = 0, \text{Cov}(U_i, U_j) = 0, \quad i \neq j, E(U_i^2) = \sigma^2.$$

माडल के प्राचलों का न्यूनतम वर्ग आकलक ज्ञात कीजिये और उनके अनभिन्नत गुण का पता लगाइए।

- (b) Give complete statistical analysis of Latin Square Design. Discuss the advantages and disadvantages of this design. (10)

लैटिन वर्ग डिजाइन का पूरा सांख्यिकीय विश्लेषण दें। इस डिजाइन के गुण और दोषों पर चर्चा करें।

8. (a) When a design is said to be balanced? Define Balanced Incomplete Block Design (BIBD) with relationships of its parameters. Also, in usual notations, prove that:

$$b \geq v \text{ (Fisher's Inequality)} \quad (10)$$

कब किसी डिजाइन को संतुलित कहा जाता है? अपने प्राचलों के संबंधों के साथ संतुलित अपूर्ण डिजाइन (BIBD) को परिभाषित करें। इसके अलावा, सामान्य सूचनाओं में, सिद्ध करें कि:

$$b \geq v \text{ (फिशर असमयिका)}$$

- (b) Explain how missing plot technique can be used to estimate a single value of a missing plot in randomized block design. Also, write down the analysis of variance table. (10)

समझाइये कि यादृच्छिक ब्लॉक डिजाइन के अंतर्गत किस प्रकार किसी एक प्लॉट के अप्राप्त मान को आकलित करने के लिए मिसिंग प्लॉट तकनीक का उपयोग किया जाता है। इसके अलावा, प्रसरण विश्लेषण तालिका भी दें।